

1. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근은?

① 1

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 9

해설

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ 또는 } -3$$

$$\therefore \text{공통인 근 } x = 3$$

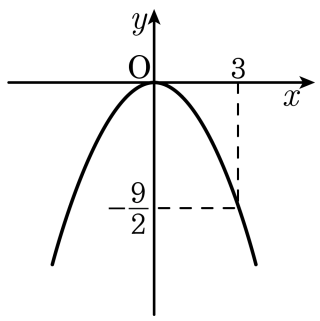
2. 30cm의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{cm}$ 라 하면,
 $54 = x(15 - x)$, $x = 6$ 또는 $x = 9$
따라서 직사각형의 가로와 세로의 길의 차는 3cm이다.

3. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3, -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

5. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 를 지나므로
 $5 - 1 = a, a = 4$ 이다.

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 12x - 18$

② $y = 12x^2 - 6x + 9$

③ $y = 2x^2 + 12x - 18$

④ $y = x^2 - 3x + 1$

⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향

으로 3 만큼 평행이동시키면

$$y = -2(x - 3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$

7. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

8. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 4 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉣이다.

9. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점(1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$ ② $y = (x - 1)^2$ ③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$ ⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,
점 (1, -4) 를 지나므로
 $-4 = a(1 - 3)^2, a = -1$
 $\therefore y = -(x - 3)^2$

10. $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 는 4이다.

따라서 4가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x-4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

11. 이차방정식 $3x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 13$

해설

$3x^2 + 2x - 4 = 0$ 에서 양변을 3 으로 나누면

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{4}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x + \frac{1}{3} = \pm \sqrt{\frac{13}{9}}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

$$\therefore a = -1, b = 13$$

12. 이차방정식 $(x-3)^2 = 2(x+4)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$(x-3)^2 = 2(x+4)$$

$$x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\alpha + \beta = 8, \alpha\beta = 1, \sqrt{\alpha\beta} = 1$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 10$$

$$\sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{10}$$

13. 이차방정식 $3x^2 + 12x + 3 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.(단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$3x^2 + 12x + 3 = 0$ 의 한 근이 a 이므로 $3x^2 + 12x + 3 = 0$ 에 a 를 대입하면

$$a^2 + 4a + 1 = 0,$$

각 항을 a 로 나누면 $a + 4 + \frac{1}{a} = 0,$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -4$$

14. n 각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 이라고 한다. 대각선의 총수가 20 개인 다각형의 내각의 총합은 얼마인지 구하여라.

▶ 답: 1

▶ 정답 : 1080°

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 20 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$(n + 5)(n - 8) = 0$$

$$n = 8 \ (n > 0)$$

$$\therefore 180 \times (n - 2) = 180 \times 6 = 1080^\circ$$

15. 십의 자리의 수가 4인 두 자리의 정수가 있다. 이 수는 이 수의 일의 자리의 수보다 2만큼 작은 수의 제곱과 같을 때, 이 수는 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

일의 자리 수를 x 라 하면

$$40 + x = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 수는 $40 + 9 = 49$ 이다.

16. 실수로 책의 종이 1 장이 찢어졌다. 기억나는 것은 두 쪽수의 곱이 240 이라는 것일 때, 두 쪽수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 240$$

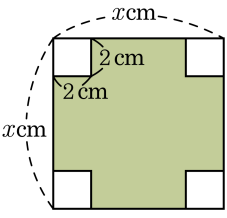
$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$(x - 15)(x + 16) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 15$ (쪽)

따라서 두 쪽수는 15, 16 이므로 두 쪽수의 합은 31 이다.

17. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정사각형모양의 두꺼운 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm 인 정사각형을 각각 잘라내어 만든 상자의 부피가 50 cm^3 일 때, x 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{5}$ ② 4 ③ $4 - \sqrt{5}$
 ④ 9 ⑤ $4 + 2\sqrt{5}$

해설

$$(x - 4)^2 \times 2 = 50$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

18. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $y = -1$ 이다.
- ㉢ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
- ㉣ 점 $(0, -2)$ 를 지나며 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $x > -1$ 일 때, x 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

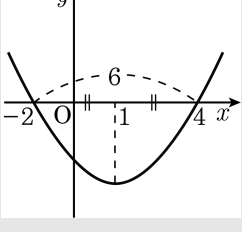
해설

- ㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ㉤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

20. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax + a - 2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\&= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\&= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\&= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 $-\frac{33}{16}$ 이다.

21. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

22. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

23. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을
구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ ($\because -2 \leq x < -1$)
따라서 $a = 3, b = 2$ 이므로 $a+b = 5$ 이다.

24. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

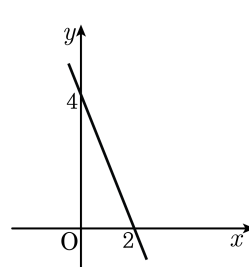
- ① $-6\sqrt{3}$
- ② $-7\sqrt{3}$
- ③ $-8\sqrt{3}$
- ④ $-9\sqrt{3}$
- ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a,b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $P(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8
④ -8 ⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.