1. 다음 이차방정식 중 [ ]안의 수가 방정식의 해가 되는 것을 모두 찾으면?

① $x^2+3x-18=0$ $[-6]$　② $3x^2-x-10=0$ $[-2]$

③ $2x^2+8x+3=0$ $[3]$　④ $2x^2-2x-4=0$ $[-1]$

⑤ $x^2+8x-100=0$ $[8]$

해설

② $3\times(-2)^2-(-2)-10=4\neq 0$
③ $2\times 3^2+8\times 3+3=45\neq 0$
⑤ $8^2+8\times 8-100=28\neq 0$

2. 이차방정식 $x^2+2x+A=0$ 의 근이 $x=3$ 또는 $x=-5$ 일 때, A 의 값은?

① -15 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

해설

$(x-3)(x+5)=0$
$x^2+2x-15=0$
$\therefore\ A=-15$

3. 다음 중 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 2x - 3 = 0$
$(x+3)(x-1) = 0$
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = -3$

4. $2(x-3)^2 = 18$ 의 양의 정수인 해를 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(x-3)^2 = 9$
$x-3 = \pm 3$
$\therefore\ x = 6,\ 0$
따라서 양의 정수의 해는 6이다.

5. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \dfrac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$ 이다.

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

6. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$ 의 한 근이 $5 + \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 22$

해설

다른 한 근이 $5 - \sqrt{3}$ 이므로
$(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = a$ 에서 $a = 22$ 이다.

7. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$y=-\frac{1}{4}x^2-2x-2 \quad \text{㉠}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x)-2 \quad \text{㉡}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16-2) \quad \text{㉢}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16)-\frac{18}{4} \quad \text{㉣}$$
$$=-\frac{1}{4}(x-4)^2-\frac{18}{4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

y $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

8. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$　　② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x-1)^2$　　④ $y = (x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

9. 이차함수 $y=-x^2+10x-13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+x+1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y=-x^2+10x-13=-(x-5)^2+12$
최댓값 $m=12$
$y=\frac{1}{2}x^2+x+1=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{1}{2}$
최솟값 $n=\frac{1}{2}$
$\therefore mn=12\times\frac{1}{2}=6$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.
$\therefore k = 4$

11. 이차방정식 $x^2-(m-1)x+(m^2-7)=0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7
$m-1=m^2-7$이므로$m^2-m-6=0$
$(m-3)(m+2)=0$
$\therefore$ m 이 양수이므로 $m=3$

12. 1부터 n까지의 자연수만의 합은 다음과 같다. 이때, 합이 78이 되려면 1부터 n까지의 수를 더해야 한다고 할 때, n을 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 78$이므로

$n^2 + n - 156 = 0$

$(n-12)(n+13) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 12$이다.

13. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2,\ a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2,\ a)$ 를 지나므로,
$a = 5 \times 2^2 = 20$
(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는
$y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

14. y가 x의 제곱에 비례하고, $x=-2$일 때 $y=-12$이다. y를 x에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y=6x^2$ ② $y=3x^2$ ③ $y=2x^2$

④ $y=-3x^2$ ⑤ $y=-6x^2$

해설

$y=ax^2(a\neq 0)$에 $(-2,\ -12)$를 대입하면, $-12=a\times(-2)^2$, $a=-3$

$\therefore\ y=-3x^2$

15. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 함수를 구하면?

① $y = -2x^2 - 4$ ② $y = -2(x-4)^2$ ③ $y = 2x^2 + 4$

④ $y = -2(x-2)^2$ ⑤ $y = -2x^2 + 4$

해설

$y - 4 = -2x^2$

$\therefore y = -2x^2 + 4$

16. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -3$

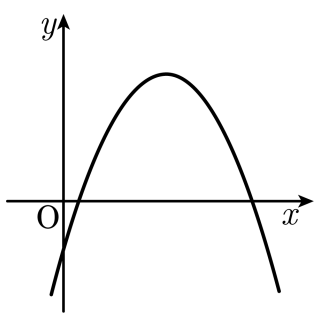
▷ 정답: $a = -5$

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2$
$= 2(x+1)^2 - 4$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
$y = 2(x+4)^2 - 4$
점 $(a, -2)$ 를 지나므로
$-2 = 2(a+4)^2 - 4$
$\therefore\ a = -3$ 또는 $a = -5$

17. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 $a,\ b,\ c$ 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$ ② $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$

③ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$ ④ $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$
따라서 $b < 0$
y 절편이 음수이므로 $-c < 0$
따라서 $c > 0$

18. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2-3x+5=0$　　㉡ $x^2+4x+2=0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}=0$　　㉣ $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}=0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $x^2-3x=-5$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-5+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{11}{4}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2+4x=-2$

$x^2+4x+4=-2+4$

$(x+2)^2=2$

㉢ $\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}=0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2+\frac{4}{3}x=\frac{3}{2}$

$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=\frac{3}{2}+\frac{4}{9}$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{35}{18}$

㉣ $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}=0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$

$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{16}$

$\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{3}{16}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

19. 이차방정식 $2x^2+(4a^2-2a-6)x+a+\frac{1}{2}=0$ 의 두 근 α,β 의 조건이 다음과 같을 때, a 의 값은?

i) 두 근의 절댓값이 같다. ii) 두 근의 곱이 0 보다 작다.

① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

i) 에서 (두 근의 합)$=0$ 이므로

$2a^2-a-3=0$

$(2a-3)(a+1)=0$

$a=-1$, $a=\frac{3}{2}$

ii) 에서 두 근의 곱 $a+\frac{1}{2}<0$ 이므로 $a<-\frac{1}{2}$

$\therefore\ a=-1$

20. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

어떤 자연수를 x라고 하면
$(x+2)^2 = 3x^2 - 2$
$x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 2 = 0$
$2x^2 - 4x - 6 = 0$
$(x-3)(x+1) = 0$
x는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

21. 어느 탐험대가 동굴을 살펴보다가 35 개의 보물을 발견하였다. 이 보물을 전체 탐험대원들이 똑같이 나누어 가졌더니 각자 가진 보물들 수가 전체 탐험대원 수의 2 배보다 3 개가 적었다. 이 때, 전체 탐험대원의 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 5 명

해설

탐험대원의 수를 x 명이라 하면

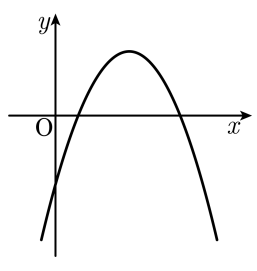
$\frac{35}{x} = 2x - 3$

$2x^2 - 3x - 35 = 0$

$(2x + 7)(x - 5) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

22. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



① $ap + q > 0$ ② $aq - q < 0$

③ $p^2 + q < 0$ ④ $a + pq < 0$

⑤ $a(p+q) > 0$

해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로

$a < 0$, $p > 0$, $q < 0$ 이다.

따라서 $a + pq < 0$ 이다.

23. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프의 y 축과의 교점을 A , 원점을 O , 꼭짓점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면?

① 2.5 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7.5

해설

A$(0,\ 5)$, O$(0,\ 0)$

$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 5 = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$

꼭짓점 B$(2,\ 3)$

$\therefore\ \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$

24. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1,\ 1)$, $(0,\ -5)$, $(2,\ c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0,\ -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
$(1,1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b$, $a = 2$
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로
$c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

25. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① $30\,\mathrm{cm}^2$ ② $32\,\mathrm{cm}^2$ ③ $34\,\mathrm{cm}^2$

④ $36\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $38\,\mathrm{cm}^2$

해설

가로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$, 세로의 길이를 $(24-x)\,\mathrm{m}$, 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$ 라 하면

$y = x(12-x)$

$= -x^2 + 12x$

$= -(x^2 - 12x + 36 - 26)$

$= -(x-6)^2 + 36$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 $36\,\mathrm{m}^2$ 이다.