

1. 부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq \frac{-3x}{4} - 3$ 의 최댓값이 2 일 때, 다음 중 상수 a 의 값은

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq \frac{-3x}{4} - 3$ 의 양변에 12 를 곱하여 정리하면

$$-4a - 24x \geq -9x - 36 \text{ 에서 } -15x \geq 4a - 36$$

$$\therefore x \leq \frac{-4a + 36}{15}$$

최댓값이 2 이므로

$$\frac{-4a + 36}{15} = 2$$

$$-4a + 36 = 30$$

$$-4a = -6$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

2. 부등식 $x(a-4) - 2 \leq -8$ 의 해 중 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값은?
(단, $a < 4$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

부등식 $x(a-4) - 2 \leq -8$ 을 정리하면

$$x(a-4) \leq -6$$

$$x \geq \frac{-6}{a-4} \quad (\because a < 4)$$

에서 x 의 최솟값이 2 이므로

$$\frac{-6}{a-4} = 2$$

$$-6 = 2(a-4)$$

$$-3 = a-4$$

$$\therefore a = 1$$

3. 부등식 $6x - a \leq 3 + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$

② $5 \leq a < 7$

③ $4 \leq a < 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 < a \leq 7$

해설

$$6x - a \leq 3 + 4x$$

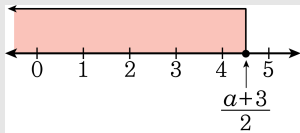
$$6x - 4x \leq 3 + a$$

$$2x \leq 3 + a$$

$$\therefore x \leq \frac{3+a}{2}$$

x 는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x 가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.

$\frac{3+a}{2}$ 의 범위는 $4 \leq \frac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \leq a < 7$ 이다.



4. 부등식 $\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 5개 일 때, 정수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

▷ 정답 : -9

해설

$$\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6} \text{의 양변에 } 12 \text{를 곱하면}$$

$$3x - 3k - 12 - 8x \geq -10$$

$$-5x \geq 2 + 3k$$

$$\therefore x \leq -\frac{2+3k}{5}$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 5개 이므로 $5 \leq -\frac{2+3k}{5} < 6$ 이 되어야 한다.

$$25 \leq -2 - 3k < 30$$

$$27 \leq -3k < 32$$

$$-\frac{32}{3} < k \leq -9$$

따라서, 정수 k 값은 -10, -9 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} -2(3-x) > 10 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq 2$

② $-4 \leq x < 8$

③ 해가 없다.

④ $2 \leq x < 8$

⑤ $x > 8$

해설

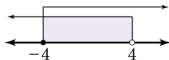
(i) $- (6 - 2x) > 10, x > 8$

(ii) $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1$ 에서 양변에 12를 곱하면 $9x + 10 \leq 8x + 12,$

$x \leq 2$

따라서 해가 없다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} -4x - 15 \leq 1 \\ 3x + a < x \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해는 $-4 \leq x < 4$ 이다.

$$-4x - 15 \leq 1$$

$$-4x \leq 16$$

$x \geq -4$ 이므로

$3x + a < x$ 의 해는 $x < 4$ 이다.

$$2x < -a, \quad x < -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} = 4 \quad \therefore a = -8$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - 7 < 2x + 2 \\ 2x + a > -x - 4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다.

이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

연립부등식을 각각 풀면

$5x - 7 < 2x + 2$ 에서 $x < 3$ 이므로 $b = 3$

$2x + a > -x - 4$ 에서 $x > \frac{-4 - a}{3}$ 이므로

$$\frac{-4 - a}{3} = 1$$

그러므로 $a = -7$ 이 된다.

따라서 $a + b$ 의 값은 $-7 + 3 = -4$ 이다.

8. 다음의 연립부등식을 풀었더니 $x = m$ 인 해가 나왔다. 이때, $8m + a$ 의 값을 구하면?

$$\begin{cases} 3x - 7 \leq x + 3 \\ -\frac{x+a}{2} \leq 3x + 1 \end{cases}$$

① 27

② 19

③ 7

④ 5

⑤ 3

해설

$3x - 7 \leq x + 3$ 을 풀면 $x \leq 5$ 이고, $-\frac{x+a}{2} \leq 3x + 1$ 에서는 $x \geq \frac{-a-2}{7}$ 이다.

이때 연립부등식을 만족하는 해가 하나만 존재하기 위해서는 $\frac{-a-2}{7} = 5$ 이어야 하므로

$a = -37$ 이다. 그리고 $m = 5$

따라서 $8m + a = 8 \times 5 + (-37) = 3$ 이다.

9. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a + 8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a + 8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

10. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때, 상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라.
(단, x 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면

$$-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$$

$$\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$$

위 부등식을 만족하는 x 가 n 개 라면

$$n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1 \text{ 이 } 2 \leq a < \frac{13}{3} \text{ 이므로}$$

$$7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$$

$$7n - 8 \leq 3a < 7n - 1$$

$$\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13$$

$$\therefore n = 2$$

11. $3x-8 < -(2x+1)$, $\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$, $0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2$ 을 만족하는 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$3x - 8 < -(2x + 1)$$

$$\therefore x < 1.4$$

$$\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$$

$$\therefore 5 \leq x$$

$$0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2, x \text{는 정수}$$

$$\therefore -0.4 \leq x$$

따라서 모두 만족하는 x 는 없으므로 0개이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - a < 11 \\ x - b < 3(x - 3) \end{cases}$ 의 해가 $1 < x < 3$ 이다. $-ax + b \geq 0$

을 만족하는 정수 중 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$5x < a + 11, x < \frac{a + 11}{5}$$

$$x - b < 3x - 9, 9 - b < 2x, \frac{9 - b}{2} < x$$

$$\frac{a + 11}{5} = 3 \quad \therefore a = 4$$

$$\frac{9 - b}{2} = 1 \quad \therefore b = 7$$

$a = 4, b = 7$ 을 $-ax + b \geq 0$ 에 대입하여 정리하면
 $-4x + 7 \geq 0$

$x \leq \frac{7}{4}$ 이므로 만족하는 정수 중 최댓값은 1 이다.

13. 세 부등식 A 가 $3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$, B 가 $2(3-2x) < -x+10$, C 가 $2x+1 > a$ 이다. A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수는 존재하지 않을 때, a 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$ 를 풀면 $x < 1$

$2(3-2x) < -x+10$ 을 풀면 $-\frac{4}{3} < x$

A 와 B 의 공통해는 $-\frac{4}{3} < x < 1$

$2x+1 > a$ 를 풀면 $x > \frac{a-1}{2}$

C 를 제외한 수는 $x \leq \frac{a-1}{2}$ 이므로

A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수가 존재하지 않기 위해서

$\frac{a-1}{2} \leq -\frac{4}{3}$, $a \leq -\frac{5}{3}$ 가 되어야 한다.

$\therefore$ (가장 큰 정수) = -2

14. $a-2b-8 < (a+2b)x < 5a+4b+2$ 를 만족하는 x 의 범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 이 되도록 하는 정수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 부등식의 각 변을 $a+2b$ 로 나눌 때,

1) $a+2b > 0$ 이면

$$\frac{a-2b-8}{a+2b} < x < \frac{5a+4b+2}{a+2b}$$

범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 과 같으므로,

$$\frac{a-2b-8}{a+2b} = -\frac{5}{2}, \quad \frac{5a+4b+2}{a+2b} = \frac{3}{2}$$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -2, b = 5$ 이고 $a+2b > 0$ 을 만족하고 정수이므로 적합하다.

2) $a+2b < 0$ 이면

$$\frac{5a+4b+2}{a+2b} < x < \frac{a-2b-8}{a+2b}$$

범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 와 같으므로,

$$\frac{5a+4b+2}{a+2b} = -\frac{5}{2}, \quad \frac{a-2b-8}{a+2b} = \frac{3}{2}$$

두 식을 연립하여 풀면

$a = \frac{62}{33}, b = -\frac{59}{33}$ 이고 a, b 의 값은 정수가 아니므로 적합하지 않다.

따라서 $a = -2, b = 5$ 이므로 $a \times b = -10$ 이다.