1. 다음 식 중 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 식의 개수는 모두 몇 개인가?

㉠ $2x-4$	㉡ $5x-3=7$
㉢ $3x=0$	㉣ $5\times 7=34$
㉤ $2(x+1)=2x+2$	㉥ $a+4>5$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

구하고자 하는 것은 방정식의 개수이다.
㉠ $2x-4$: 다항식
㉡ $5x-3=7$: 방정식
㉢ $3x=0$: 방정식
㉣ $5\times 7=34$: 등식
㉤ $2(x+1)=2x+2$: 항등식
㉥ $a+4>5$: 부등식
방정식은 모두 2 개이다.

2. 등식 $-4x+a=2(bx-1)$ 가 x 에 관한 항등식이 될 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab=4$

해설

$-4x+a=2(bx-1)$

$-4x+a=2bx-2$

항등식이므로 좌변과 우변의 x의 계수가 같고, 상수항도 같아야 한다.

$2b=-4 \quad \therefore b=-2$

$a=-2$

$\therefore ab=(-2)\times(-2)=4$

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a-1=b-2$이면 $a=b-1$이다.

② $b=3$이면 $b+x=x+3$이다.

③ $a=2b$이면 $a+1=2(b+1)$이다.

④ $4a=5b$이면 $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}$이다.

⑤ $3(a-2)=3(b-2)$이면 $a=b$이다.

해설

③ $a=2b$의 양변에 1을 더하면 $a+1=2b+1$이다.

④ $4a=5b$의 양변을 20으로 나누면 $\frac{a}{5}=\frac{b}{4}$이다.

4. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \triangle b = a \div b + 1$ 로 정의할 때, $34 \triangle \left(\frac{2}{3} \triangle 5 \right)$ 를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31 또는 +31

해설

$\frac{2}{3} \triangle 5 = \frac{2}{3} \div 5 + 1 = \frac{2}{15} + 1 = \frac{17}{15}$

$34 \triangle \frac{17}{15} = 34 \div \frac{17}{15} + 1 = 30 + 1 = 31$ 이다.

5. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a\square b = a \div b + 5$ 로 정의할 때, $31\square\left(\frac{1}{3}\square 2\right)$ 를 계산한 값은?.

① 5 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 13

해설

$\frac{1}{3}\square 2 = \frac{1}{3} \div 2 + 5 = \frac{1}{6} + 5 = \frac{31}{6}$

$31\square\frac{31}{6} = 31 \div \frac{31}{6} + 5 = 6 + 5 = 11$ 이다.

6. $a\bigstar b = \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ 일 때, $\left(1.5\bigstar\frac{1}{2}\right)\bigstar\left(3\bigstar\frac{6}{5}\right)$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2431}{5040}$

해설

$1.5\bigstar\frac{1}{2} = \frac{1.5}{0.5} - \frac{0.5}{1.5} = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$

$3\bigstar\frac{6}{5} = \frac{3}{1.2} - \frac{1.2}{3} = \frac{5}{2} - \frac{2}{5} = \frac{21}{10}$

$\frac{8}{3}\bigstar\frac{21}{10} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{21}{10}} - \frac{\frac{21}{10}}{\frac{8}{3}} = \frac{80}{63} - \frac{63}{80} = \frac{2431}{5040}$

7. 서로 다른 두 유리수 a, b 에 대하여
$a\blacktriangle b = (a,\ b$ 중 0에서 가까운 수),
$a\blacktriangledown b = (a,\ b$ 중 0에서 먼 수)
로 정의할 때, $\left(-\frac{13}{8}\right)\blacktriangle\left\{\left(+\frac{4}{7}\right)\blacktriangledown\left(-\frac{11}{5}\right)\right\}$ 의 값은?

① $-\frac{4}{7}$ ② $+\frac{13}{8}$ ③ $+\frac{4}{7}$ ④ $-\frac{13}{8}$ ⑤ $-\frac{11}{5}$

해설

$\left(+\frac{4}{7}\right)\blacktriangledown\left(-\frac{11}{5}\right) = -\frac{11}{5}$

$\left(-\frac{13}{8}\right)\blacktriangle\left(-\frac{11}{5}\right) = -\frac{13}{8}$ 이다.

8. 다음 식을 간단히 하면?

$6x-\{7y-5x-(3x-8x+7y)\}$

① $6x$ ② $6x-4$ ③ 0
④ 1 ⑤ x

해설

$6x-\{7y-5x-(3x-8x+7y)\}$
$=6x-\{7y-5x-(-5x+7y)\}$
$=6x-(7y-5x+5x-7y)$
$=6x$

9. x 에 관한 일차식 $a-(x-1)+4(ax-6)$ 을 간단히 나타내었더니 x 의 계수가 3 이 되었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -22

해설

$a-(x-1)+4(ax-6)$
$=a-x+1+4ax-24$
$=(-1+4a)x+a-23$
x 의 계수가 3 이므로
$-1+4a=3,\ a=1$ 이다.
$\therefore$ (상수항) $\equiv a-23=1-23=-22$

10. 다음 중 해가 모든 수인 것을 모두 고르면?

① $2(x-3)=4+2(x-5)$ ② $\frac{1}{4}x+3=\frac{1}{3}x+4$

③ $3.5x-4=1.5x-4$ ④ $5x=10-5$

⑤ $\frac{3x-3}{6}=\frac{2x-2}{4}$

해설

① $2(x-3)=4+2(x-5)$

$2x-6=2x-6$

② $\frac{1}{4}x+3=\frac{1}{3}x+4$

$-\frac{1}{12}x=1$

③ $3.5x-4=1.5x-4$

$2x=0$

④ $5x=10-5$, $5x=5$

⑤ $\frac{3x-3}{6}=\frac{2x-2}{4}$

$\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

11. 다음 중 해가 모든 수인 것은?

① $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-6}{4}$ ② $\frac{1}{5}x+2=\frac{1}{3}x+4$

③ $3x+4=1.5x-4$ ④ $2x=x+2\,(x-3)$

⑤ $5x=10-5$

해설

① $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-6}{4}$

$\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

② $\frac{1}{5}x+2=\frac{1}{3}x+4$

$-\frac{2}{15}x=2$

③ $3x+4=1.5x-4$

$1.5x=-8$

④ $2x=x+2\,(x-3)$

$6=x$

⑤ $5x=10-5=5$

12. 등식 $2x-1=a(x-4)+bx+7$ 가 x 에 관한 항등식일 때, $2a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x-1=a(x-4)+bx+7=(a+b)x-4a+7$ 이므로 $-4a+7=-1,\ a=2,\ (a+b)=2,\ b=0$ 이다.
따라서 $2a-b=4$ 이다.

13. x 에 관한 등식 $(a-3)x+2=5x-b$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=6$

해설

$(a-3)x+2=5x-b$ 의 해가 무수히 많으려면
$a-3=5 \therefore a=8$
$2=-b \therefore b=-2$
$\therefore\ a+b=8+(-2)=6$

14. 다음 중 옳은 것은?

① $a = b$ 이면 $a - b - c = c$ 이다.

② $\frac{x}{4} = \frac{y}{2}$ 이면 $y = 2x$ 이다.

③ $a = 3b$ 이면 $a + 2 = 3(b + 2)$ 이다.

④ $ac = b$ 이면 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ 이다.

⑤ $ab = c$ 이면 $ab - c = 0$ 이다.

해설

⑤ 양변에서 c 를 뺀 것이다.

15. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것만으로 짝지어진 것은?

㉠ $a-c=b-c$ 이면 $a=b$ 이다.

㉡ $ac=bc$ 이면 $a=b$ 이다.

㉢ $a=b$ 이면 $a-c=b-c$ 이다.

㉣ $5a=10b$ 이면 $a=2b$ 이다.

㉤ $\frac{a}{3}=b$ 이면 $3a=b$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉠, ㉣

해설

㉡ 단, $c \neq 0$ 이다.

㉤ $\frac{a}{3}=b$ 이면 $a=3b$ 이다.

옳지 않은 것은 ㉡, ㉤이다.

16. 시계의 긴 바늘과 짧은 바늘이 3 시와 4 시 사이에서 일직선이 되는 시각은?

① 3 시 $49\frac{1}{11}$ 분 ② 3 시 $49\frac{2}{11}$ 분 ③ 3 시 $49\frac{3}{11}$ 분
④ 3 시 $49\frac{4}{11}$ 분 ⑤ 3 시 $49\frac{5}{11}$ 분

해설

일직선이 되는 시각을 3 시 x분이라 하면,
$6x = 0.5x + 3 \times 30 + 180$
$5.5x = 270$
양변에 2 를 곱하면
$11x = 540$
$x = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}$ (분)
따라서 3 시 $49\frac{1}{11}$ 분이다.

17. 동준이가 학교에서 수업을 마치고 집에 와서 시계를 보니 시계의 큰 바늘과 작은 바늘이 오후 3 시와 4 시 사이에서 겹쳐져 있었다. 동준이가 집에 도착한 시간은 몇 시 몇 분인가?

① 3 시 $11\frac{4}{11}$ 분 ② 3 시 $12\frac{4}{11}$ 분 ③ 3 시 $14\frac{4}{11}$ 분
④ 3 시 $15\frac{4}{11}$ 분 ⑤ 3 시 $16\frac{4}{11}$ 분

해설

구하는 시간을 3 시 x 분이라 하면,
x 분 동안 분침이 회전하는 각도 : $6x$
x 분 동안 시침이 회전하는 각도 : $0.5x$
시침이 움직인 회전각은 $(90+0.5x)^\circ$, 분침이 움직인 회전각은 $6x^\circ$ 이다.
시침과 분침이 일치할 경우이므로
$6x = 90 + 0.5x$
$x = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}$ (분)

18. 7 시와 8 시 사이에 시침과 분침이 일직선 (180°) 을 이루는 시각을 구하면?

① 7 시 $4\frac{6}{11}$ 분 ② 7 시 $5\frac{5}{11}$ 분 ③ 7 시 $5\frac{4}{11}$ 분
④ 7 시 $6\frac{4}{11}$ 분 ⑤ 7 시 $10\frac{10}{11}$ 분

해설

구하는 시간을 7시 x분이라 하면,
x 분 동안 분침이 회전하는 각도 : $6x$
x 분 동안 시침이 회전하는 각도 : $0.5x$
시침이 움직인 회전각은 $(210+0.5x)°$, 분침이 움직인 회전각은 $6x°$ 이고,
시침과 분침이 이루는 각도가 180° 이므로 시침과 분침의 회전각의 차이가 180° 이다.
식을 세우면, $(210+0.5x)-6x=180$
따라서 7시 $\frac{60}{11}\left(5\frac{5}{11}\right)$ 분이다.

19. 다음의 식을 만족하는 두 식 x, y 에 대하여 $x+y=3$ 이고, a, b 가 자연수일 때, $a-b$ 의 값을 구하면? (단, $a>b$)

$$x=(a+b)-3(2a-3b)$$
$$y=-\frac{(4a+4b)}{2}+\frac{1}{2}(2a-4b)$$

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(a+b)-3(2a-3b)-\frac{(4a+4b)}{2}+\frac{1}{2}(2a-4b)=3$

$a+b-6a+9b-2a-2b+a-2b=3$

$-6a+6b=3$

$\therefore a-b=-\frac{1}{2}$

20. 다음 중 해가 2개 이상인 것은?

① $x-5=-x+5$ ② $3x+1=4x+1$

③ $2(x-1)=-2+2x$ ④ $8x-5=3x+2+5x$

⑤ $7x+2=7(x+2)$

해설

①,② : 방정식

④,⑤ : 방정식도 항등식도 아니다.

21. x에 관한 등식 $12 - ax = (2a + 3)x - 4b$의 해의 개수가 2개 이상일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = -3$

해설

해의 개수가 2개 이상이므로 항등식이다.
$12 - ax = (2a + 3)x - 4b$
$-a = 2a + 3, \ -3a = 3, \ a = -1$
$12 = -4b, \ b = -3$

22. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $a+3=b-5$, $c>0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a+8=b$
② $a-b+c=c-8$
③ $ac+bc=-8c$
④ $\frac{a+5}{c}=\frac{b-3}{c}$
⑤ $a-c=b-c-8$

해설

③ $a+3=b-5$
$a-b=-8$
$(a-b)c=-8c$
$ac-bc=-8c$

23. 두 정수 x, y 에 대하여 $x\triangle y = (1-x)(1-y)-xy$ 로 정의한다. $(x\triangle y)\triangle z + (y\triangle z)\triangle x + (z\triangle x)\triangle y = -2$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$x\triangle y = (1-x)(1-y) - xy = 1-x-y$

$(x\triangle y)\triangle z + (y\triangle z)\triangle x + (z\triangle x)\triangle y$

$= (1-x-y)\triangle z + (1-y-z)\triangle x + (1-z-x)\triangle y$

$= (1-(1-x-y)-z) + (1-(1-y-z)-x) + (1-(1-z-x)-y)$

$= x+y+z$

$\therefore x+y+z = -2$

24. $\frac{3x-5}{10}+4.5-0.25x$ 를 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0.05x+4$

해설

$$\frac{3x-5}{10}+4.5-0.25x$$
$$=0.3x-0.5+4.5-0.25x$$
$$=0.05x+4$$

25. 영재가 시험 시간이 오후 1 시부터 오후 2 시까지인 영어 시험을 보았다. 영재는 1 시 20 분에 답안 마킹을 실수하여 답안지를 한 번 교체하였고, 시험을 다 마쳤을 때, 시계를 보니 시계의 시침과 분침의 각도가 정확히 90° 였다. 영재가 시험을 본 총 시간을 구하여라.

▶ 답: 분

▷ 정답: $\frac{240}{11}$ 분

해설

1 분 동안 시침은 $\frac{30}{60} = 0.5$ 도씩 움직이고, 분침은 $\frac{360}{60} = 6$ 도씩 움직인다.
따라서 1 시 x 분일 때, 시침의 각도는 $30 + 0.5x$, 분침의 각도는 $6x$ 이다.
1 시와 2 시 사이에 시계의 시침과 분침이 90 도가 되려면,
$6x - (0.5x + 30) = 90$, $x = \frac{240}{11}$ 이므로 1 시 $\frac{240}{11}$ 분이다.
따라서 영재가 시험을 본 시간은 $\frac{240}{11}$ 분이다.