

1. $a^3 \times b^x \times a^y \times b^4 = a^9 b^{10}$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$a^{3+y} b^{x+4} = a^9 b^{10}$$

$$3 + y = 9 \quad \therefore y = 6$$

$$x + 4 = 10 \quad \therefore x = 6$$

$x = 6, y = 6$ 이므로 $x - y = 0$ 이다.

2. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, $x \times y$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2 \times x + 1} b^{4 \times y + 6} = a^9 b^{14}$$

$$2x + 1 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$4y + 6 = 14 \quad \therefore y = 2$$

$$\therefore x \times y = 4 \times 2 = 8$$

3. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $a = 4$, $b = 2$, $c = 1$ 이다.

따라서 $a + b + c = 7$ 이다.

4. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

5. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$$

따라서 17 자리의 자연수이다.

6. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

7. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳지 않은 것은?

① $(-x^2y^3)^2 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 = 9x^2y^4$

② $(-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 = 32x^8y^5$

③ $-4(x^2)^2 \div 2x^4 = -2$

④ $2x^3 \times (-3x^2) = -6x^5$

⑤ $16x^2y \div 2xy \times 4x = 32x^2$

해설

② $-32x^8y^5$

8. 다음 식의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 고르면?

$$a^6 \div \square \times a^2 = a^3$$

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

$$\square = a^6 \times a^2 \div a^3 = a^{6+2-3} = a^5$$

9. $(5x - y + 3) + (3x + 2y - 4) = ax + by + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$(5x - y + 3) + (3x + 2y - 4)$$

$$= 5x - y + 3 + 3x + 2y - 4$$

$$= 8x + y - 1$$

따라서 $a = 8, b = 1, c = -1$ 이므로

$a + b + c = 8$ 이다.

10. 어떤 다항식 A 에서 $-2x + 3y - 1$ 을 더하였더니 $5x - 2y + 3$ 이 되었다.
다항식 A 는?

① $5x - 2y + 4$

② $5x + 3y - 1$

③ $5x - 5y + 4$

④ $7x + 3y + 5$

⑤ $7x - 5y + 4$

해설

$$A + (-2x + 3y - 1) = 5x - 2y + 3 \text{ 이므로}$$

$$A = (5x - 2y + 3) - (-2x + 3y - 1)$$

$$= 5x - 2y + 3 + 2x - 3y + 1$$

$$= 7x - 5y + 4$$

11. $2y - 2[x + 3y - 3\{-2y + 2(x + y)\}]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은?

① -7

② -3

③ 0

④ 6

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & 2y - 2[x + 3y - 3\{-2y + 2(x + y)\}] \\ &= 2y - 2\{x + 3y - 3(-2y + 2x + 2y)\} \\ &= 2y - 2(x + 3y + 6y - 6x - 6y) \\ &= 2y - 2x - 6y - 12y + 12x + 12y \\ &= 10x - 4y \\ &\therefore 10 + (-4) = 6 \end{aligned}$$

12. $(2x - 7y + 4)(3x + y)$ 를 전개했을 때, y 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2x - 7y + 4)(3x + y) = 6x^2 + 2xy - 21xy - 7y^2 + 12x + 4y = 6x^2 - 19xy - 7y^2 + 12x + 4y$$

13. $\left(4a + \frac{1}{5}\right)^2$ 을 전개하면?

① $16a^2 + \frac{4}{5}a + \frac{1}{25}$

③ $4a^2 + \frac{4}{5}a + \frac{1}{5}$

⑤ $4a^2 + \frac{8}{5}a + \frac{1}{25}$

② $16a^2 + \frac{8}{5}a + \frac{1}{25}$

④ $4a^2 + \frac{4}{5}a + \frac{1}{25}$

해설

$$(4a)^2 + 2 \times 4a \times \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 16a^2 + \frac{8}{5}a + \frac{1}{25}$$

14. 다음 전개식 중에서 옳지 않은 것은?

① $(-x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

② $(2x + y)(y - 2x) = -4x^2 + y^2$

③ $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$

④ $(2x + 3y)(-5x + 4y) = -10x^2 + 7xy + 12y^2$

⑤ $(3x - 2)(x - y) = 3x^2 - 3xy - 2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{4} \quad & (2x + 3y)(-5x + 4y) \\ &= -10x^2 + 8xy - 15xy + 12y^2 \\ &= -10x^2 - 7xy + 12y^2\end{aligned}$$

15. $(x+1)(x+3y+1)$ 를 전개하면?

① $x^2 + x + 1 + xy + y$

② $x^2 + 2x + 1 + xy + 2y$

③ $x^2 + 2x + 1 + 3xy + 2y$

④ $x^2 + 2x + 1 + 3xy + 3y$

⑤ $x^2 + 3x + 1 + 2xy + 2y$

해설

$x+1=A$ 로 치환하면

$$(\text{주어진 식}) = A \cdot (A+3y)$$

$$= A^2 + 3Ay = (x+1)^2 + 3(x+1)y$$

$$= x^2 + 2x + 1 + 3xy + 3y$$

16. 2011 을 x 로 하여 곱셈 공식을 이용하여 $2010 \times 2012 - 2009 \times 2011$ 을 계산하면?

① 4000

② 4017

③ 4019

④ 4021

⑤ 4023

해설

2011 = x 라 하면

$$(x-1)(x+1) - (x-2) \cdot x$$

$$= x^2 - 1 - x^2 + 2x = 2x - 1$$

$$= 2 \times 2011 - 1 = 4021$$

17. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

① 20

② 25

③ 7

④ 5

⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

18. $3x(x-y) + \frac{4x^3y - 8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$$

따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

19. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$$

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m}$$

$$6 - m = n, \quad 3 - 2m = -3$$

$$-2m = -6, \quad \therefore m = 3$$

$$n = 6 - 3 = 3, \quad \therefore n = 3$$

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn$$

$$m = 3, \quad n = 3 \text{ 이므로, } -4mn = -4 \times 3 \times 3 = -36$$

20. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $xy = \frac{yz}{2} = \frac{zx}{3} = k$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2 = pk$ 이다. 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{49}{6}$

해설

$$xy = \frac{yz}{2} = \frac{zx}{3} = k \text{ 에서}$$

$$xy = k \cdots \textcircled{1}$$

$$yz = 2k \cdots \textcircled{2}$$

$$zx = 3k \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 을 변끼리 곱하면 } xy^2z = 2k^2$$

$$\therefore y^2 = \frac{2k^2}{zx} = \frac{2k^2}{3k} = \frac{2}{3}k$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ 을 변끼리 곱하면 } xyz^2 = 6k^2$$

$$\therefore z^2 = \frac{6k^2}{xy} = \frac{6k^2}{k} = 6k$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{1} \text{ 을 변끼리 곱하면 } x^2yz = 3k^2$$

$$\therefore x^2 = \frac{3k^2}{yz} = \frac{3k^2}{2k} = \frac{3}{2}k$$

$$\text{따라서 } x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{2}k + \frac{2}{3}k + 6k = \frac{49}{6}k = pk$$

$$\therefore p = \frac{49}{6}$$