1. 다음 중 정수가 아닌 유리수를 모두 고르면?

① -2 ② $1.5\dot{2}$ ③ 0 ④ 3.14 ⑤ $\frac{2}{15}$

해설

-2 는 음의 정수, 0 은 정수

2. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$\frac{3\times 5^2}{4\times 5^2}=\frac{75}{10^2}$, $a+n=75+2=77$

3. 다음 분수 중 무한소수인 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{5}{9}$	㉡ $\frac{13}{25}$	㉢ $\frac{7}{18}$	㉣ $\frac{6}{45}$	㉤ $\frac{12}{60}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

기약분수로 고친 후, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 것이 유한소수

㉠ $\frac{5}{9}=\frac{5}{3\times 3}$ ㉢ $\frac{7}{18}=\frac{7}{2\times 3^2}$ ㉣ $\frac{6}{45}=\frac{2}{15}=\frac{2}{3\times 5}$

4. 두 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{2}{x}$ 는 무한소수이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 81 개

해설

$\frac{2}{x}$ 가 유한소수가 되려면 $\frac{2}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로

$\frac{2}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 4, 5, 6$ 일 때의 3 개

$\frac{2}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 2, 3, 4$ 일 때의 3 개

$\frac{2}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2$ 일 때의 2 개

$\frac{2}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는 $b = 2$ 일 때의 1 개

따라서 유한소수는 $3 + 3 + 2 + 1 = 9$ (개) 이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$90 - 9 = 81$ (개)

5. $\frac{a}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

i) $11 \le a \le 55$, a는 정수 ii) A는 3의 배수 iii) B는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2\times 3^2\times 5^2}$가 유한소수이므로 a는 9의 배수이고, $11 \le a \le 55$를 만족하는 a의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a=18$이면 $\frac{2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a=27$이면 $\frac{3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a=36$이면 $\frac{2^2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a=45$이면 $\frac{3^2\times 5}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a=54$이면 $\frac{2\times 3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$에서 A가 3의 배수, B가 2의 배수를 만족하는 a의 값은 27이다.

$\therefore A+B = 50+3 = 53$

6. 다음 분수 $\frac{217}{990}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 219 ② 19 ③ 217 ④ 17 ⑤ 15

해설

$217 \div 990 = 0.21919...$, 순환마디 19

7. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}\dot{2}$　② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$　④ $2.123123\cdots = 2.1\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}4\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}\dot{2}$
② $0.8\dot{4}$
③ $0.\dot{3}\dot{0}$
④ $2.1\dot{2}\dot{3}$
⑤ $1.\dot{2}4\dot{6}$

8. 분수 $\frac{13}{9}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

① $1.\dot{4}$ ② $1.\dot{5}$ ③ $1.\dot{4}\dot{5}$ ④ $1.\dot{5}\dot{4}$ ⑤ $1.4\dot{5}$

해설

$13 \div 9 = 1.4444\cdots = 1.\dot{4}$

9. $\frac{16}{27}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 30 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{16}{27} = 0.\dot{5}9\dot{2}$, $30 \div 3 = 10 \cdots 0$ 이므로 2

10. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \dfrac{1}{\dfrac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{53}{90}$ ② $\dfrac{12}{45}$ ③ $\dfrac{7}{12}$ ④ $\dfrac{7}{30}$ ⑤ $\dfrac{2}{9}$

해설

$x = \dfrac{21}{9}$

$$\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x + \frac{1}{\dfrac{1-x}{x}} \\
&= x + \frac{x}{1-x} \\
&= \frac{21}{9} + \frac{\dfrac{21}{9}}{1 - \dfrac{21}{9}} \\
&= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\
&= \frac{21}{36} = \frac{7}{12}
\end{aligned}$$

11. $x = 4.566666\cdots$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $4.5\dot{6}$ 으로 나타낸다.

② 순환마디가 56 이다.

③ 분수로 나타내면 $\frac{92}{33}$ 이다.

④ $100x - 10x = 411$ 이다

⑤ 순환하지 않는 무한소수이다.

해설

① $4.5\dot{6}$ 으로 나타낸다.
② 순환마디는 6 이다.
③ 분수로 나타내면 $\frac{137}{30}$ 이다.
④ $100x - 10x = 411$ 이다.
⑤ 순환하는 무한소수이다.

12. 순환소수 $0.01\dot{6}$ 을 분수로 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{3}{198}$ ③ $\frac{4}{225}$ ④ $\frac{4}{495}$ ⑤ $\frac{16}{999}$

해설

$0.01\dot{6} = \frac{16-1}{900} = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$

13. $a.bcd\dot{e}\dot{f} = \dfrac{123456}{99000}$ 일 때, 한 자리 양의 정수 a, b, c, d, e, f 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = 2$

▷ 정답: $c = 4$

▷ 정답: $d = 7$

▷ 정답: $e = 0$

▷ 정답: $f = 3$

해설

$\dfrac{123456}{99000} = 1.247\dot{0}\dot{3}$ 이므로

$a = 1, b = 2, c = 4, d = 7, e = 0, f = 3$

14. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$　② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}\dot{0}$　③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$　⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

15. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 모두 더하여라.

$$\frac{1}{6} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{6} < (\frac{a}{9})^2 < \frac{5}{9}$

$\frac{27}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{90}{162}$

따라서 $27 < 2a^2 < 90$,

$\frac{27}{2} < a^2 < 45$ 이므로 $a = 4,\ 5,\ 6$ 이다.

따라서 a 의 값을 모두 더하면 $4 + 5 + 6 = 15$ 이다.

16. $1.\dot{2}+0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{3}$

해설

$1.\dot{2}+0.\dot{1}=\frac{11}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{3}$

17. $0.\dot{7}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 $3.\dot{1}$ 이 되었다. 이 때 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$ 이고 $3.\dot{1} = \frac{31-3}{9} = \frac{28}{9}$ 이므로

$\frac{7}{9}a = \frac{28}{9}$ 이다.

$\therefore a = 4$

18. 순환소수 $1.\dot{1}\dot{5}$에 a를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 9 ③ 33 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.\dot{1}\dot{5} = \frac{115-1}{99} = \frac{38}{33}$이므로 가장 작은 자연수 a는 33이다.

19. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 유한소수는 모두 유리수이다.

② 무한소수는 유리수이다.

③ 순환소수는 유리수이다.

④ 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

무한소수 중에는 유리수가 아닌 수도 있다.

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.

② 무한소수는 순환소수이다.

③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.

④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

① $0.\dot{1}+0.\dot{8}=\frac{1}{9}+\frac{8}{9}=1$ 인 경우가 있으므로 거짓.

② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.