1. 이차방정식 $x^2 = \dfrac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$　　② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$　　④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$x^2 = \dfrac{(x-2)(x-3)}{2}$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$2x^2 = x^2 - 5x + 6$

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$

$\therefore x = -6$ 또는 1

2. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$
② $x = -4$ 또는 $x = 7$
③ $x = -4$ 또는 $x = -1$
④ $x = 3$ 또는 $x = -1$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$x^2 + 3x - 28 = 0$
$(x - 4)(x + 7) = 0$
$\therefore x = 4$ 또는 $x = -7$

3. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ② $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ③ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \dfrac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \dfrac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

4. 이차방정식 $6x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $1,\ -2$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① -18 ② -6 ③ 6 ④ 18 ⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$1+(-2)=-\dfrac{a}{6},\ a=6$

$1\times(-2)=\dfrac{b}{6},\ b=-12$

$\therefore\ a-b=18$

5. 이차함수 $y = 5x^2$의 그래프는 점 $(2,\ a)$를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$과 x축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$의 값은?

① 0　② 5　③ 10　④ 15　⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$이 $(2,\ a)$를 지나므로,
$a = 5 \times 2^2 = 20$
(2) $y = 5x^2$과 x축에 대칭인 그래프는
$y = -5x^2$이므로, $b = -5$
$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값과 중근을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$x^2 - 6x + 2a + 4 = 0, 2a + 4 = 9, a = \frac{5}{2}$

$x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0, x = 3$(중근)

7. 이차방정식 $x^2+4x+A=0$ 의 근이 $x=B\pm\sqrt{3}$ 일 때, $A-B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2+4x+4=-A+4$
$(x+2)^2=-A+4$
$\therefore\ x=-2\pm\sqrt{-A+4}$
$B=-2,\ -A+4=3,\ A=1$
$\therefore\ A-B=1+2=3$

8. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -2x^2$
④ $y = \frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y = 3x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

9. 다음은 이차함수 $y = -5x^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 3)$ 이다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

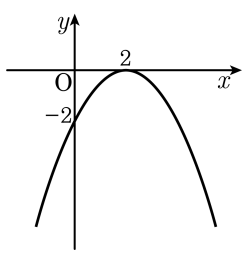
④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

⑤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.

해설

$y = -5x^2 + 3$ 의 그래프는 $y = -5x^2$ 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 3)$ 이고 $4 < 5$ 이므로 $y = 4x^2$ 그래프보다 폭이 좁다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $-5 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.

10. 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 해는?



① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$

④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$ 이므로 $b = 2$ 이다.

$y = a(x-2)^2$ 이 점 $(0,\ -2)$ 를 지나므로

$-2 = a(0-2)^2$

$\therefore\ a = -\frac{1}{2}$

$ax^2 + bx - 2 = 0$ 에 $a = -\frac{1}{2},\ b = 2$ 를 대입하면

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$

11. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ -3 ④ -5 ⑤ -8

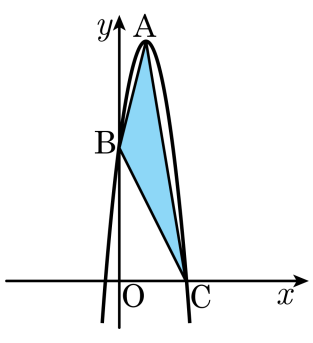
해설

$y = (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$

$m = -3, n = -8$

$\therefore m - n = 5$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 10$ 의 그래프이다. 점 A 가 꼭짓점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

B $(0,\ 10)$

$y = -2x^2 + 8x + 10 = -2(x-2)^2 + 18$

A $(2,\ 18)$

점 C 는 y 좌표가 0 이므로

$0 = -2x^2 + 8x + 10,\ -2(x-5)(x+1) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ $\quad \therefore$ C $(5,\ 0)$

$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$

$= 10 + 45 - 25 = 30$

13. 이차함수 $y = x^2 + 2ax - b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다. 이때, $a + b$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$y = x^2 + 2ax - b$
$= (x - 3)^2 + 2$
$= x^2 - 6x + 11$

$2a = -6$
$\therefore a = -3$

$-b = 11$
$\therefore b = -11$

$\therefore\ a + b = -3 + (-11) = -14$

14. 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 3을 가질 때, 상수 b, c의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $b = -6$

▷ 정답: $c = 6$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 3)$ 이므로
$y = 3(x-1)^2 + 3$ 을 전개하면 $y = 3x^2 - 6x + 6$
따라서 $b = -6, c = 6$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 큰 근을 α라 하고 $\alpha < 0$이면 $m = 17$이다.

② 주어진 식을 만족하는 해는 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.

③ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 9이다.

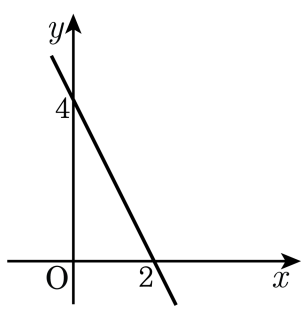
④ 작은 근을 α라 하고 $\alpha > 0$이면 $m < 0$이다.

⑤ 모든 m의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 α, $\alpha - 3$이라 하면
$\alpha(\alpha - 3) = 40$
$\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m$, $m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m$, $m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 8이다.

16. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0,4)$, $(2,0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α, β라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$는

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 에서

$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$ 이므로

두 근의 차는

$\pm\sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

17. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

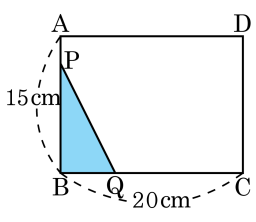
$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35$ 이므로

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n+8)(n-9) = 0$

$\therefore n = 9\ (\because n > 0)$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 가 되는지 구하여라.



▶ 답: 초

▷ 정답: 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\,\text{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\,\text{cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$

$2x^2 - 30x + 72 = 0$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x - 3)(x - 12) = 0$

$\therefore\ x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)

19. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

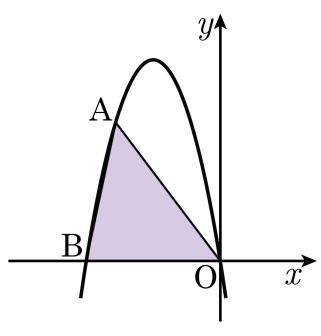
① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

20. 다음 그림은 축의 방정식이 $x=-3$ 인 이차함수 $y=-x^2+bx+c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?



① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x=-3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y=-x^2+bx+c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0=c,\ 0=-36-6b$
$b=-6,\ c=0$
$y=-x^2-6x=-(x+3)^2+9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\mathrm{OB}}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
$\triangle$OAB 의 넓이$=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OB}}\times 9=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$

21. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
$45 = 45 + 40x - 5x^2$
$5x^2 - 40x = 0$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x - 8) = 0$
$x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

22. 이차방정식 $x^2+3x-5=0$ 의 한 근이 p 일 때, $\dfrac{p^3+3p^2+15}{p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

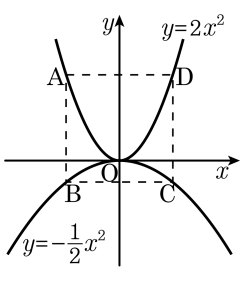
해설

$x^2+3x-5=0$ 에 $x=p$ 를 대입하면
$p^2+3p-5=0$, $p^2+3p=5$
주어진 식을 변형하여 $p^2+3p=5$ 를 대입하면

$$\begin{aligned}\frac{p^3+3p^2+15}{p+3} &= \frac{p(p^2+3p)+15}{p+3}\\ &= \frac{5p+15}{p+3}\\ &= \frac{5(p+3)}{p+3}\\ &= 5\end{aligned}$$

$\therefore \dfrac{p^3+3p^2+15}{p+3}=5$

23. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$\mathrm{B}\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $\mathrm{C}\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$

$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$

$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x축과의 두 교점을 A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -x^2 - 2x + p = -(x+1)^2 + p + 1$
축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로
$\therefore A(-3,\ 0), B(1,\ 0)$
$B(1,\ 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0,\ \therefore p = 3$
$\therefore y = -(x+1)^2 + 4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.