

1. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $\frac{11}{7}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

2. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

3. 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = ab - b + 2$ 라고 할 때, $(2x - 1)\Delta(x + 3) = 2$ 를 만족하는 음의 실수 x 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$(2x - 1)\Delta(x + 3) = (2x - 1)(x + 3) - (x + 3) + 2 = 2$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

따라서 음의 실수 x 는 -3 이다.

4. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

5. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-1, 6)$ 과 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$6 = q, 2 = 4a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 6$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6$$

$$\text{따라서 } y = -x^2 - 2x + 5$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = 5$$

$$\therefore abc = 10$$

6. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, a 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

곱이 6 인 두 정수는
 $6 = 2 \times 3 = 1 \times 6 = (-2) \times (-3) = (-1) \times (-6)$
(2, 3), (-2, -3), (1, 6), (-1, -6)
이므로 두 수의 합은
 $a = 5$ 또는 $a = -5$ 또는 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이다.

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

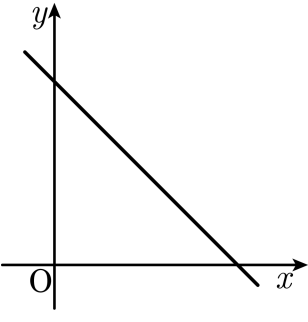
▶ 답 :

▷ 정답 : -14

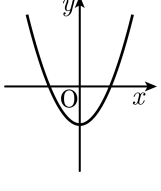
해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1) f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

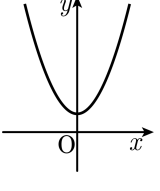
9. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



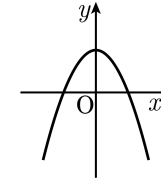
①



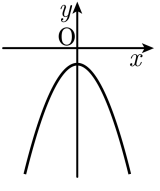
②



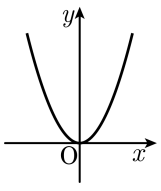
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0, b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

10. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 2$

② $y = -x^2 + 4x - 5$

③ $y = -x^2 - 4x + 5$

④ $y = -x^2 - 4x - 2$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 2$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 1 = -x^2 + 4x - 5$$

11. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

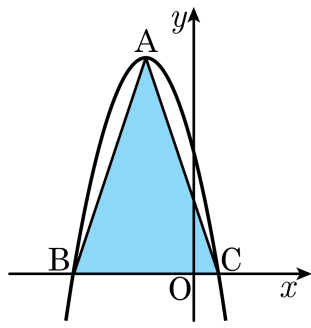
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

12. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

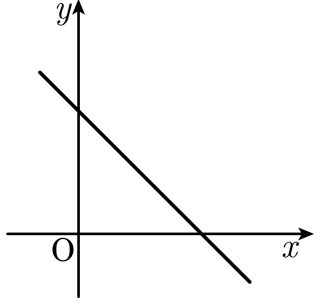


- ① 30 ② 27 ③ 24 ④ 21 ⑤ 18

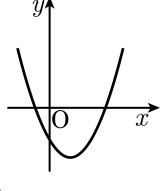
해설

$y = -x^2 - 4x + 5$
 $= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5$
 $= -(x + 2)^2 + 9$
꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고
 $-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -5, 1$ 에서
B $(-5, 0)$, C $(1, 0)$ 이다.
따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

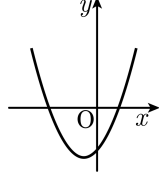
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



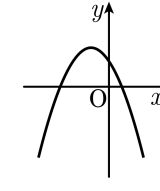
①



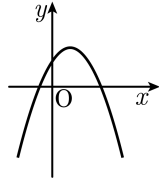
②



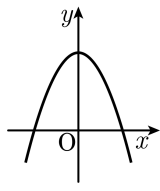
③



④



⑤



해설

기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수 b, c 의 합 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b + c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -(x + 3)^2 + 2$ 이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$ 이므로 $b = -6, c = -7$ 이다.

$$\therefore b + c = -6 - (-7) = 1$$

15. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

16. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

17. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36 \end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

20. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2 \\ 5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -4$

해설

(i) $3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5A - 2 = 0$$

$$(3A-1)(A+2) = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{3} \text{ 또는 } A = -2$$

a, b 는 정수이므로 $a+b = -2$

(ii) $5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$5B^2 - 29B - 6 = 0$$

$$(5B+1)(B-6) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } B = 6$$

a, b 는 정수이므로 $a-b = 6$

(i), (ii) 에서

$$a+b = -2$$

$$+) a-b = 6$$

$$\hline 2a = 4$$

$$\therefore a = 2, b = -4$$