

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

$$f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$$

2. 다음 중 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있지 않은 점은?

① (-2, 6) ② (-4, -24) ③ (0, 0)

④ (10, 150) ⑤ $(3, \frac{27}{2})$

해설

② $x = -4$ 일 때, 함숫값은 $\frac{3}{2} \times (-4)^2 = 24$ 이므로 점 (-4, 24) 를 지난다.

3. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 (-1, 3) 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x-1)^2 + 3$

② $y = (x+1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 (-1, 3) 을 지나므로 $3 = a \times (-1)^2, a = 3$
 $\therefore y = 3x^2$

4. 다음 이차함수의 그래프 중에서 $y = -\frac{1}{6}x^2$ 과 x 에 대하여 서로 대칭인 것은?

① $y = -2x^2$

② $y = 6x^2$

③ $y = 2x^2$

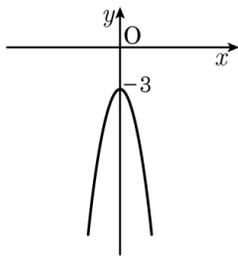
④ $y = \frac{1}{6}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

5. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 -3 만큼 평행 이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지난다고 할 때, 상수 m 의 값은?



- ① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$y = -2x^2 - 3$ 이 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2(2)^2 - 3 = -11$ 이다.

6. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어 지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

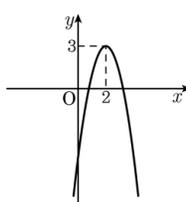
④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

7. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로 포물선의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2, q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

8. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

$$\text{㉠ } y = 3x^2 + 2$$

$$\text{㉡ } y = 2(x - 1)^2$$

$$\text{㉢ } y = 2x^2$$

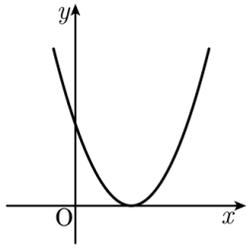
$$\text{㉣ } y = -3x^2 - 2$$

- ① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉠,㉣ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

9. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0$ ② $a > 0, p < 0$ ③ $a < 0, p = 0$
④ $a < 0, p < 0$ ⑤ $a < 0, p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

10. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- ㉡ $y = 2x^2 - x$
- ㉢ $y = -(2+x)(2-x) + 3$
- ㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$
- ㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1+x^2)$
- ㉥ $y = -(1-x)^2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

$$\text{㉠ } \frac{1}{3} \quad \text{㉡ } 2 \quad \text{㉢ } 1 \quad \text{㉣ } 1 \quad \text{㉤ } 1 \quad \text{㉥ } 1$$

따라서 폭이 같은 것은 ㉢, ㉣, ㉤, ㉥이다.

11. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 - 8x + 7 = 0$
 $(x - 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
 $\therefore a + b = 8$

12. 꼭짓점이 $(-2, 3)$ 이고 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -\frac{1}{2})$

② $(0, -1)$

③ $(0, -\frac{3}{2})$

④ $(0, -2)$

⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$ 에 $(1, -6)$ 을 대입하면,

$$-6 = 1(1+2)^2 + 3, a = -1$$

$$y = -(x+2)^2 + 3$$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$

$$\therefore (0, -1)$$

13. 다음 표는 9 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 것이다. 이때, 턱걸이 횟수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

횟수	4	5	6	7	8	합계
학생의 수	3	2	2	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 5

▷ 정답 : 최빈값 : 4

해설

변량을 순서대로 나열하면
4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 5이고, 학생 수가 가장 많은 턱걸이 횟수인 4가 최빈값이다.

14. 세 수 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

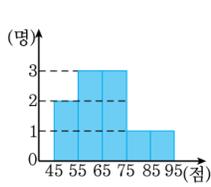
④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

15. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



- ① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

$$\begin{aligned} & \text{(평균)} \\ &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{660}{12} = 55(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12} \{ (50 - 55)^2 \times 2 + (60 - 55)^2 \times 3 + (70 - 55)^2 \times 3 + (80 - 55)^2 \times 1 + (90 - 55)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{12} (512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144 \text{이다.} \end{aligned}$$

16. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x-1)(x+1)$

② $y = (2x+1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x+1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x-2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

17. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
- ④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.
- ⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

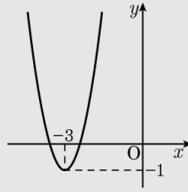
18. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



19. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$$y = ax^2 + 6x + q$$

- ① -45 ② -54 ③ -66 ④ -76 ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

20. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

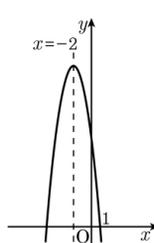
- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x-3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

21. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = -8$

▷ 정답: $n = 10$

해설

$y = -2(x+2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면

$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$\therefore q = 18$

$y = -2(x+2)^2 + 18$

$= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$

$= -2x^2 - 8x + 10$

$\therefore m = -8, n = 10$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 3), (1, b + 5), (-1, 2a)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

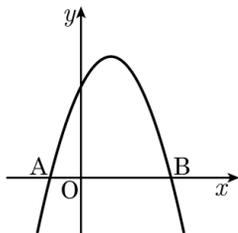
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

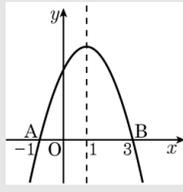
$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면
 $a = 2, b = 1, c = 3$
 $\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$

23. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



- ① 3 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설



$y = -x^2 + 2x + k = -(x - 1)^2 + 1 + k$
 대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$
 $\therefore y = -(x + 1)(x - 3) = -x^2 + 2x + 3$
 따라서, $k = 3$ 이다.

24. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

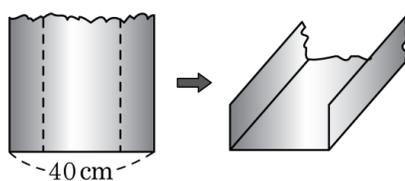
$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

25. 너비가 40cm 인 양철판을 구부려서 'ㄷ'자 모양의 물받이를 만들었다. 물받이의 단면적의 넓이가 최대가 되는 높이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10cm

해설

양철판의 높이를 x cm 라고 두고 단면적의 넓이를 y cm² 라고 두면

$$y = x(40 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x^2 - 20x + 100) + 200$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 최댓값 200 을 가진다.

26. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

반지름 x cm, 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm^2 를 가진다.

따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12 \text{ cm}$ 이다.

27. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1시간 ② 2시간 ③ 3시간
④ 4시간 ⑤ 5시간

해설

(평균) = $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$$\frac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{이다.}$$

29. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

- ① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

30. 5개의 변량 4, 6, 10, x, 9의 평균이 7일 때, 분산은?

- ① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, -1, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

31. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4} = 5, a+b+10 = 20$$

$$\therefore a+b = 10 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$$

$$\therefore a^2+b^2-10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

32. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.

1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9
〈정호〉			〈제기〉			〈범진〉			〈성규〉		

▶ 답:

▷ 정답: 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

33. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

반	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.
- ㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.
- ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.
- ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.
- ㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. ⇒ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. ⇒ 미희 성적이 더 고르다.
㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. ⇒ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

34. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

35. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3이상 ~ 5미만	3
5이상 ~ 7미만	3
7이상 ~ 9미만	2
9이상 ~ 11미만	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10} \\
 &= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5
 \end{aligned}$$

36. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \frac{1}{2}$$

$$|a| < 2$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

37. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(\frac{1}{2}, \frac{61}{16})$ ② $(\frac{1}{2}, \frac{31}{8})$ ③ $(\frac{1}{2}, \frac{63}{16})$
 ④ $(\frac{1}{2}, 4)$ ⑤ $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4)$, $(-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이다.

38. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지나므로

$$-4 = 9 + 3b + c, \quad 11 = c$$

$$3b = -24 \quad \therefore b = -8$$

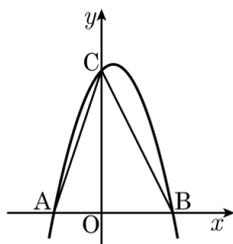
$$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$$

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$ 에서 $(4, -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p + q = 2 - 3 = -1$$

39. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

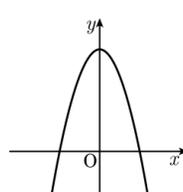
$-x^2 + x + 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

40. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 1 사분면

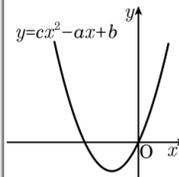
▷ 정답: 제 2 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3 사분면이다.



41. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{3}$

해설

$$y = -3x^2 + 6x + 4a \\ = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$, $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

42. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$$
$$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

43. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

44. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

- ① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67\end{aligned}$$

$$t = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } h = 67$$

45. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 200

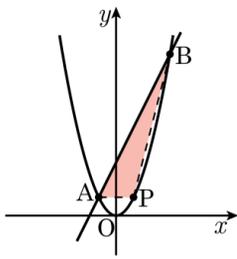
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

46. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB 와 직선 OP 는 평행하므로

직선 OP 의 기울기는 2 이고 직선 OP 는 $y = 2x$ 이다. 점 P 는

$y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P 는 원점이 아니므로 P(2, 4) 이다.

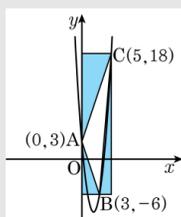
48. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$$y = 3(x-2)^2 - 1 - 8 = 3(x-2)^2 - 9$$



$$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$$

$$f(3) = -6, \quad B(3, -6)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$5 \times 24 - \frac{1}{2}(5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24) = 120 - 75 = 45$$

49. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2$ 일 때, $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{379}{50}$

해설

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2 = k \text{ 라 하면}$$

$$x+2 = 2k, y+1 = 3k, z-2 = k$$

이를 $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 에 대입하면

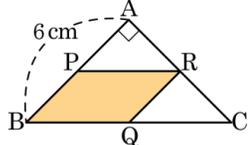
$$(5k-3)^2 + (4k+1)^2 + (3k)^2$$

$$= 50k^2 - 22k + 10$$

$$= 50 \left(k - \frac{11}{50} \right)^2 + \frac{379}{50}$$

따라서 $k = \frac{11}{50}$ 일 때, 최솟값이 $\frac{379}{50}$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 \overline{AB} 위에 점 P를 잡고, 점 P에서 \overline{AC} , \overline{BC} 와 평행한 직선을 그어 \overline{BC} , \overline{AC} 와 만나는 점을 각각 Q, R라 한다. $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 될 때, \overline{BP} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$$\begin{aligned}
 \overline{BP} &= x \text{라 놓으면} \\
 \square PBQR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle RQC) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{2} \times (6-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\} \\
 &= 18 - (x^2 - 6x + 18) \\
 &= -x^2 + 6x \\
 &= -(x-3)^2 + 9
 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{BP} = 3\text{cm}$ 일 때, $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 된다.