

1. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x - 1$

② $2x - 3$

③ $x + 3$

④ $2x + 3$

⑤ $x - 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시키면 점 $(-1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

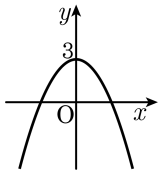
① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

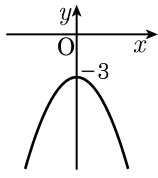
$y = -3x^2 + 2$
(-1, a)를 지나므로
 $a = -3 + 2$
 $\therefore a = -1$

3. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프는?

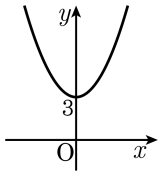
①



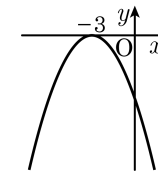
②



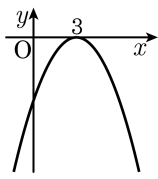
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

4. x 에 대한 이차식 $9x^2 + Ax + B = (ax + a + c - 12)(bx - ac - 1)$ 이 된다고 할 때, 이 식이 완전제곱식이 되는 상수 A, B, a, b, c 에 대하여 $A + B + a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a, b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$9x^2 + Ax + B = (px + q)(px + q)$ 라고 하면

$p = a = b = 3$ ($a, b > 0$)

$3 + c - 12 = -3c - 1$

$c = 2, q = -7$

$\therefore 9x^2 + Ax + B = (3x - 7)^2$

$A = -42$

$B = 49$

$\therefore A + B + a + b + c = -42 + 49 + 3 + 3 + 2$
 $= 15$

5. 다항식 $x^2 + \square x - 6$ 이 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, a 에 알맞은 정수의 개수는? (단, a, b 는 정수이고 $a > b$)

- ① 2 개
- ② 3 개
- ③ 4 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$x^2 + \square x - 6 = (x + a)(x + b)$ 이므로

$\square = a + b, -6 = ab$

두 정수를 곱해서 -6 이 되는 경우는 -1 과 6 ,6 과 -1, 1 과 -6 , -1 과 6, 2 와 -3 , -3 과 2, -2 와 3, 3 과 -2 이고 $a > b$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a = 2$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = 6$ 이다.

따라서 a 에 알맞은 정수의 개수는 4 개이다.

6. $x + \frac{2}{x} = 4$ 일 때, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= 4^2 - 4 \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

7. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$ 을 만족하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$$

$$x(x-2) - 3(x+3) = -8x + 31$$

$$x^2 - 2x - 3x - 9 = -8x + 31$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

따라서 $x = 5$ 또는 $x = -8$ 이다.

따라서 x 의 값들의 합은 $5 + (-8) = -3$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b - 1 = 0$ 의 해가 3일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 13 ② 12 ③ 10 ④ 11 ⑤ 0

해설

$$x^2 + 2ax + b - 1 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ 이어야 하므로}$$

$$2a = -6, a = -3$$

$$b - 1 = 9, b = 10$$

$$\therefore b - a = 10 - (-3) = 13$$

9. 이차방정식 $-3(x+b)^2 = 0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2 = 0$ 은 $x = -b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m = 1$ 이다.
근이 $m+2 = 1+2 = 3$ 이므로 $b = -3$ 이다.

10. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

11. a, b 가 $(a-b)^2 - 3(a-b) - 10 = 0$, $a+b = -3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 모두 음수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$a-b = t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5) = 0$

$t = -2$ 또는 $t = 5$

$$\text{i) } \begin{cases} a-b = 5 \\ a+b = -3 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a-b = -2 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

i) 에서 $a = 1$, $b = -4$ 이므로 a, b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

$$\text{ii) 에서 } a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 5$$

12. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 + 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 + 6x - 1 = 0$

④ $x^2 + 3x + 1 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$ 에서
 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$ 이므로
 $x^2 - 6x + 1 = 0$

13. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 4 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 정수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면,

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = -2k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = 4k + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}\text{을 정리하면 } \alpha = -\frac{2}{5}k$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡}\text{에 대입하면 } 6 \times \left(-\frac{2}{5}k\right)^2 = 4k + 4$$

$$\frac{24}{25}k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$6k^2 - 25k - 25 = 0$$

$$(6k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 5 \quad (\because k \text{ 는 정수})$$

14. 이차방정식 $6x^2+x-1=0$ 의 두 근의 합과 곱을 근으로 하고 일차항의 계수가 1 인 이차방정식의 일차항의 계수는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $-\frac{1}{36}$

해설

두 근의 합은 $-\frac{1}{6}$, 두 근의 곱은 $-\frac{1}{6}$

$-\frac{1}{6}$ 을 중근으로 갖는 이차방정식이므로

$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0$$

따라서 일차항의 계수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

15. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 30t - 2t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 100m 가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

▶ 정답 : 5 초

▷ 정답 : 10 초

해설

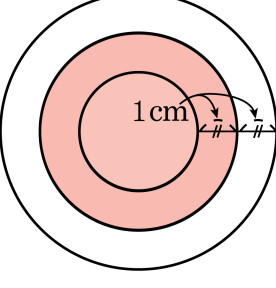
$$100 = 30t - 2t^2$$

$$2t^2 - 30t + 100 = 0$$

$$t^2 - 15t + 50 = 0$$

$t = 5$ 또는 $t = 10$

16. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $12\pi\text{cm}^2$
- ② $13\pi\text{cm}^2$
- ③ $14\pi\text{cm}^2$
- ④ $15\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\text{cm}$ 이 된다.
 $\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$
 $r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3$ 에서
 $r > 0$ 이므로 $r = 3$
색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.
따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 2cm 늘여서 만든 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 4cm^2 만큼 넓어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 4cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x + 4$ (cm), $x + 2$ (cm)이다.

가로의 길이 : $x + 2$

세로의 길이 : $x + 2$

$$(x+2)^2 = 2x^2 + 4 \text{ 이므로}$$
$$(x + 2)^2 = 9$$
$$x^2 - 4x = 0$$

$x(x-4)=0$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm 이다.

18. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

- ㉠ $y = x(x - 1) - x^2$
㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분
㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5 - x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²
㉤ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm , 높이 4xcm
㉥ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

- ① ㉠,㉡,㉢
② ㉡,㉢,㉤
③ ㉡,㉢,㉥
④ ㉠,㉤,㉥
⑤ ㉢,㉤,㉥

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ㉠ $y = -x$ (일차함수)
㉡ (시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)
㉢ $y = x^2 + (5 - x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)
㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)
㉥ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

19. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 (0, 0)
- ④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

20. $y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3 - p)^2 + 3$ 이 되고, 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 2(5 - 3 - p)^2 + 3$$

$$\therefore p = 2$$

21. 포물선 $y = (x - 2a + 1)^2 - 5a$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 0$

② $a < \frac{1}{2}$

③ $a > 0$

④ $a > \frac{1}{2}$

⑤ $a > -\frac{1}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(2a - 1, -5a)$ 이다.

제 2 사분면 위에 있으므로

$2a - 1 < 0$, $-5a > 0$ 이다.

$$a < \frac{1}{2}, a < 0$$

$$\therefore a < 0$$

22. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$y = ax^2 + 6x + q$

- ① -45
- ② -54
- ③ -66
- ④ -76
- ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

23. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의방정식 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2 \left(x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{4} \right) - 6$$

$$= -2 \left(x - \frac{m}{2} \right)^2 + \frac{m^2}{2} - 6$$

$$\frac{m}{2} = 1$$

$$\therefore m = 2$$

24. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

- ① x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
② x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{5}{4}$
③ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
④ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$
⑤ x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$

해설

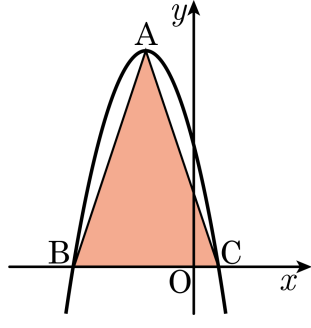
$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 (0, 1)

$y = x^2 + 3x + 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

이므로

x 축 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

25. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 30 ② 27 ③ 24 ④ 21 ⑤ 18

해설

$y = -x^2 - 4x + 5$
 $= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5$
 $= -(x + 2)^2 + 9$
꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고
 $-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -5$ 또는 $x = 1$ 에서 B $(-5, 0)$, C $(1, 0)$ 이다.
따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

26. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

27. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

28. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\ \therefore (\text{일차식 인수들의 합}) \\ &= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x \end{aligned}$$

29. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

30. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2-3x &= 0 \\x^2-3x+\frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a=1, b=-\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

31. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a+2b+2ab=46, b+c+bc=59, 3c+3a+3ca=117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a+2b+2ab=46$ 에서
 $a+b+ab=23, (a+1)(b+1)=24$
 $b+c+bc=59$ 에서
 $(b+1)(c+1)=60$
 $3c+3a+3ca=117$ 에서
 $c+a+ca=39, (c+1)(a+1)=40$
세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=24 \times 60 \times 40$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1)=240$
 a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로
 $(a+1), (b+1), (c+1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.
240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 이다.
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,
 $a=3, b=5, c=9$ 이므로 $abc=135$

32. 두 식 $A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 를 만족시키는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 이므로

$$2(x^2 - 2x - 12) = 3(x^2 - 3x - 16)$$

$$2x^2 - 4x - 24 = 3x^2 - 9x - 48$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

$2A = 3B$ 를 만족하는 해는 $x = 8$ 또는 $x = -3$ 이다.

따라서 자연수 x 는 8 이다.

33. 이차방정식 $x^2 - 6x + 1 + a = 0$ 이 유리수 근을 가질 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해 x 를 구하면

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$$

x 가 유리수가 되려면 a 가 자연수이므로 $9 - (1 + a)$ 는 8보다 작은 제곱수가 되어야 한다.

$$9 - (1 + a) = 8 - a \text{ 이므로}$$

a 의 값은 4, 7, 8이다.