

1. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)
④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x-5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$

2. 다음 중 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있지 않은 점은?

① $(-2, 6)$

② $(-4, -24)$

③ $(0, 0)$

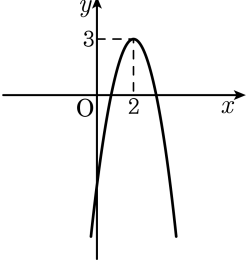
④ $(10, 150)$

⑤ $(3, \frac{27}{2})$

해설

② $x = -4$ 일 때, 함숫값은 $\frac{3}{2} \times (-4)^2 = 24$ 이므로 점 $(-4, 24)$ 를 지난다.

3. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 이므로 포물선의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2, q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

4. 다음 중 [] 안에 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = 0$ [2]

② $x^2 - 3x - 10 = 0$ [1]

③ $x^2 + x - 12 = 0$ [3]

④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ [1]

⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0$ [-1]

해설

① $2^2 + 2 \cdot 2 + 1 \neq 0$

② $1^2 - 3 \cdot 1 - 10 \neq 0$

③ $3^2 + 3 - 12 = 0$

④ $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$

⑤ $(-1 + 1)^2 - 4 \neq 0$

5. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b = (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b)$$

$$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - (a + 1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $x = -3$

② $x = -1$

③ $x = 1$

④ $x = 2$

⑤ $x = 3$

해설

$x = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$4 + 2a - a - 1 = 0 \quad \therefore a = -3$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 음수 k 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$

8. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b(b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(x+a)^2 = \frac{b}{4}$ 에서 $x+a = \pm \sqrt{\frac{b}{4}}$, $x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}}$ 이므로
 $a = -3, b = 20$
 $\therefore a + b = 17$

9. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x + 3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A + B$ 의 값은?

① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 17$$

$$\therefore A + B = 20$$

10. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

11. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 3배 하였더니 제공한 것보다 10이 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

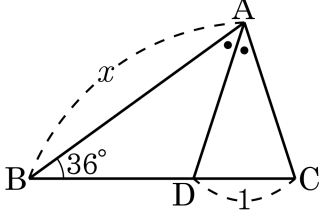
$$3x = x^2 - 10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

12. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, AB 의 길이는?



- ① $\frac{-1+2\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{6+\sqrt{5}}{4}$

해설

$\angle A = \angle C = 72^\circ$
 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = x - 1 = \overline{DA}$
 $\triangle ADC$ 도 이등변삼각형 $\overline{DA} = x - 1 = \overline{AC}$
 그리고 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$
 $x : (x - 1) = (x - 1) : 1, (x - 1)^2 = x, x^2 - 3x + 1 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

13. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(f(1))) &= f(f(2)) \\ &= f(8) \\ &= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86\end{aligned}$$

14. 다음 이차함수 중 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

- ① $y = -\frac{2}{3}x^2$ ② $y = 3x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$
④ $y = -5x^2 + 7$ ⑤ $y = -4x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 이차함수를 고른다.

15. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0이다.
- ② $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ③ $x = 0$ 일 때 $y = 0$ 이고, y 의 최댓값은 0이다.
- ④ 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

③ 아래로 볼록한 그래프이므로 $x = 0$ 일 때 y 의 최솟값이 0이다.

16. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2, 7)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = \frac{1}{2}x^2 + q$ 이다.

$(2, 7)$ 을 대입하면 $7 = 2 + q$ 이므로 $q = 5$ 이다.

17. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼, 평행이동한 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a - b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{aligned}y &= 5(x-2)^2 + 3 \\&= 5(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 5x^2 - 20x + 23 \\ \therefore a &= 5, b = -20, c = 23 \\ \therefore a - b + c &= 5 - (-20) + 23 = 48\end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

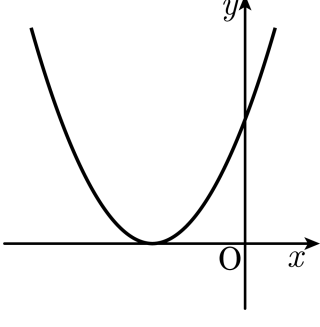
④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0)이고 위로 볼록한 그래프이므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

19. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



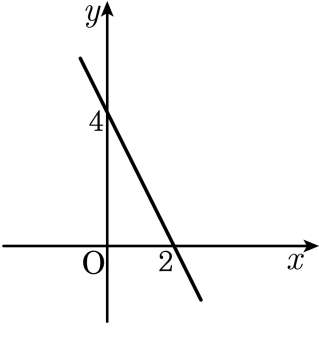
- ① $a < 0$
- ② $aq < 0$
- ③ $a + p < 0$
- ④ $pq = 0$
- ⑤ $a - p + q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있고 원점을 기준으로 왼쪽에 있으므로 $p < 0, q = 0$ 이다.

- ① $a > 0$
- ② $aq = 0$
- ③ 알 수 없다.

20. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ①

제 1 사분면
- ②

제 2 사분면
- ③

제 3 사분면
- ④

제 4 사분면
- ⑤

 x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 4 이므로 $y = -2x + 4$, $m = -2$, $n = 4$
 $\therefore y = x^2 - 2x + 4$
 $\quad = (x^2 - 2x + 1 - 1) + 4$
 $\quad = (x - 1)^2 + 3$
꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$$m = 2, n = -2$$

$$\therefore mn = -4$$

22. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답: 점▶ 답: 점

▷ 정답 : 4월 시험 성적 : 75점

▷ 정답: 7월 시험 성적 : 82점

해설

$$\frac{72 + a + 80 + 84 + b + 81 + 86}{7} = 80,$$

 $a + b = 157$ 이다.

$$\frac{64 + (a - 80)^2 + 0 + 16 + (b - 80)^2 + 1 + 36}{7} = \frac{146}{7},$$

$$(a - 80)^2 + (b - 80)^2 = 29 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $a = 75$, $b = 82$ 이다.

23. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5} + \frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

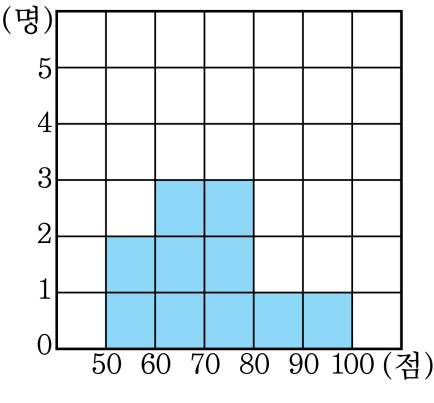
$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$

24. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1 + 95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3 + 14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \frac{1440}{10} = 144$

25. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간 (시간)	학생 수 (명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	4
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	18
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	6
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	2
합계	32

- ① 5, 1
- ② 5, 2
- ③ 5, 4
- ④ 6, 3
- ⑤ 6, 4

해설

(평균)= $\frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32}$

= 5

(분산)= $\frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32}$

+ $\frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4$

∴ (표준편차)= $\sqrt{4} = 2$

26. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$
 $A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.
 $\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.
 $\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

27. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$
 $\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

28. 이차방정식 $x^2 + 8x - 20 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 104$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{26}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -8, mn = -20$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 64 - 2(-20) = 104$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-8)^2 - 4(-20)$
 $= 64 + 80$
 $= 144 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 12| - 60 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{104}{-20} = -\frac{26}{5}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

29. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?
- ① 12월 3일 ② 12월 4일 ③ 12월 5일
④ 12월 6일 ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면
 $(x-1)^2 = x + (x+1)$
 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

30. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2,2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4,5}$	$\sqrt{5}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	$2,2$ $=\sqrt{4,84}$	$2\sqrt{2}$ $=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$ $=\sqrt{\frac{10}{4}}$ $=\sqrt{2,5}$	$\sqrt{4,5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

31. 원 위의 움직이는 점 P와 점 Q가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P가 점 Q보다 3초 일찍 출발하여 P가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P가 출발한지 9초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P가 움직인 거리와 점 Q가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답: $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P와 점 Q가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $s = a \times 2t$, 점 Q가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a , b 는 상수)

점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로

$$10a + 2b = 72$$

$$18a + 18b = 144$$

$$\therefore a = 7, b = 1$$

따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는

 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.

2
P 가 3 초 먼저 출발하므로

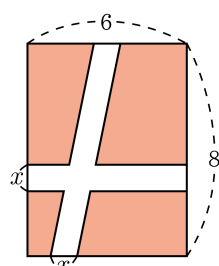
$$14x = \frac{1}{2}(x-3)^2$$

$$x^2 - 34x + 9 = 0$$

$$x = 17 + 2\sqrt{70}$$

따라서 구하는 시각은 출발한지 $17 \pm 2\sqrt{70}$ 초 후이다.

32. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 1$ 이다.

33. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

$$\text{부피는 } \sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$