

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,

$ak^2 + bk = -4$ 이므로

$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

2. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$

$a > 0$ 이므로 $a = 2$

$a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = -1$

따라서 두 근의 합은 1이다.

3. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

4. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

따라서 공통인 해는 $x = -2$

5. 이차방정식 $x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하고,
이 때의 중근을 구하면? (단, $a > 2$)

① $a = 2, x = 1$

② $a = -2, x = -1$

③ $a = 10, x = 5$

④ $a = 10, x = -5$

⑤ $a = 10, x = -1$

해설

$x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{-a}{2}\right)^2 = 3a - 5$$

$$a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$(a - 10)(a - 2) = 0$$

$$a = 10 (\because a > 2)$$

$$x^2 - 10x + 3 \times 10 - 5 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 (\text{중근})$$

6. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2$ 또는 $x = -5$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -7

② -3

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0, a = 3, b = -10$$

$$\Rightarrow a + b = -7$$

8. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

- ① 근 없음 ② $x = p$ 또는 $x = q$
③ $x = p$ 또는 $x = -q$ ④ $x = -p$ 또는 $x = q$
⑤ $x = -p$ 또는 $x = -q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2 + (p + q)x + (pq - k) = 0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -(p + q), \quad \alpha\beta = pq - k$$

방정식 $(x - \alpha)(x - \beta) + k = 0$ 을 정리하면

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta + k = 0$$

$$\therefore x^2 + (p + q)x + pq = 0 \quad (\because 1)$$

인수분해하면 $(x + p)(x + q) = 0$ 이므로

구하는 두 근은 $x = -p$ 또는 $x = -q$ 이다.

9. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

10. 두 근이 연속하는 짝수인 다음 이차방정식에서 모든 k 의 값의 합은?

$$x^2 - kx + 24 = 0$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha + \alpha + 2 = k$$

$$k = 2\alpha + 2$$

$$\alpha(\alpha + 2) = 24$$

$$\alpha^2 + 2\alpha - 24 = 0$$

$$(\alpha + 6)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -6 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

따라서 $k = -10$ 또는 $k = 10$ 이다.

$$\therefore (-10) + 10 = 0$$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 $-2, 5$ 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \text{ 가 두 근이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } 3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 } 5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0 \text{ 이다.}$$

그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$

12. 다음 식의 값을 구하여라.

$$3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \cdots}}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

주어진 식을 x 라 하면

$$x = 3 + 2\sqrt{x}, \sqrt{x} > 0 \text{ 이므로 } x > 3$$

$x - 3 = 2\sqrt{x}$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 4x$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\therefore x > 3 \text{ 이므로 } x = 9$$

13. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?

① 4월 1일

② 4월 2일

③ 4월 3일

④ 4월 4일

⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$x^2 = (x-1) + (x+1)$$

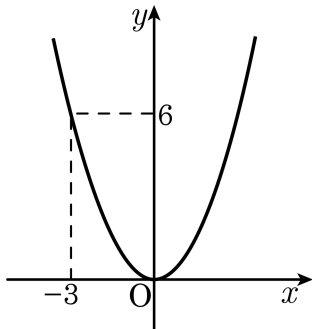
$$x^2 = 2x$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ (일)}$$

따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

14. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

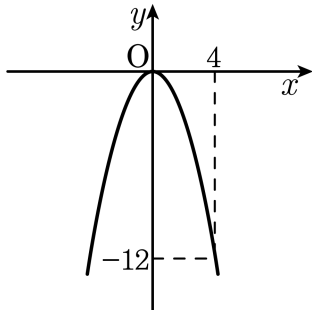
해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a =$

$$\frac{2}{3} \quad \therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $x = 4$ 일 때, $y = -12$ 인 이차함수 $y = ax^2$ 이 있다.
이 이차함수와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y = -\frac{3}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, -12)$ 를 대입하면 $a = -\frac{3}{4}$

따라서 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

16. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면? (정답 3 개)

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

④ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

⑤ $y = -2x^2$ 의 그래프보다 폭이 더 좁다.

해설

$y = x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b ,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4} ,$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

18. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?



① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

19. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

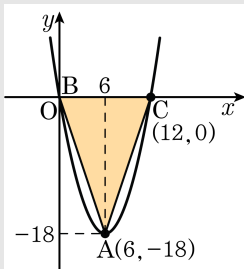
$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

20. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 점 B의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

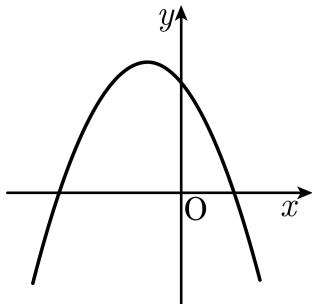
▷ 정답 : 108

해설



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$$

21. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a , p , q 의 부호는?



① $a > 0, p > 0, q > 0$

② $a < 0, p < 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q < 0$

④ $a < 0, p < 0, q > 0$

⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

22. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

23. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값은?

① 20

② 22

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$\begin{aligned}y &= -5x^2 + 20x + 3 \\&= -5(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3 \\&= -5(x - 2)^2 + 23 \\ \therefore a &= 2, b = 23 \\ \therefore a + b &= 2 + 23 = 25\end{aligned}$$

24. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x - m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

25. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18

② 20

③ 30

④ 32

⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.