

1. $-4 < x < 4$ 인 정수 x 에 대하여 다음 이차방정식의 해의 개수를 구하여라.

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1개

해설

$-4 < x < 4$ 에서 x 는 정수이므로 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

$x = -3$ 일 때, $(-3)^2 - 18 + 8 = -1 \neq 0$ (거짓)

$x = -2$ 일 때, $(-2)^2 + 6 \times (-2) + 8 = 0$ (참)

$x = -1$ 일 때, $(-1)^2 + 6 \times (-1) + 8 = 3 \neq 0$ (거짓)

$x = 0$ 일 때, $0^2 + 6 \times 0 + 8 = 8 \neq 0$ (거짓)

$x = 1$ 일 때, $1^2 + 6 \times 1 + 8 = 15 \neq 0$ (거짓)

$x = 2$ 일 때, $2^2 + 6 \times 2 + 8 = 24 \neq 0$ (거짓)

$x = 3$ 일 때, $3^2 + 6 \times 3 + 8 = 9 + 18 + 8 = 35 \neq 0$ (거짓)

따라서 해는 $x = -2$ 로 1개이다.

2. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로

주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

3. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$

⑤ $(x-3)^2 = 4$

해설

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x+1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x+5)^2 = 0$

$\therefore x = -5$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0, (x-3)(x-7) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$

⑤ $(x-3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

4. 다음의 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$16x^2 - 24x - 23 = 0$$

$$16(x^2 - (\text{가})x + (\text{나})) = 23 + (\text{다})$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^{(\text{라})} = (\text{마})$$

① (가) : $\frac{3}{2}$

② (나) : $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

③ (다) : 16

④ (라) : 2

⑤ (마) : 32

해설

$$16\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) = 23 + 9$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 32 \text{ 이므로 (다)는 } 9 \text{ 이다.}$$

5. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3

② -4

③ 5

④ 4

⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.

$$2(a-5)^2 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

6. 이차방정식 $(x+3)^2 - 8(x+3) - 9 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x+3 = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 8t - 9 = 0,$$

$$(t-9)(t+1) = 0,$$

$$t = 9 \text{ 또는 } t = -1,$$

$$x+3 = 9 \text{ 또는 } x+3 = -1,$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -4,$$

따라서 두 근의 합은 $6 - 4 = 2$ 이다.

7. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

8. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 2, 3 이라고 한다. 이때, $bx^2 - ax + 6 = 0$ 의 두 근의 합과 곱은?

① 합 : $\frac{5}{6}$, 곱 : -1

② 합 : $-\frac{5}{6}$, 곱 : 1

③ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : -1

④ 합 : $\frac{6}{5}$, 곱 : -1

⑤ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : 1

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에서 해가 2, 3 이므로

(두 근의 합) = $-a = 5$

$\therefore a = -5$

(두 근의 곱) = $6 = b$

$a = -5, b = 6$ 을 $bx^2 - ax + 6 = 0$ 에 대입하면

$$6x^2 + 5x + 6 = 0$$

따라서 (두 근의 합) = $-\frac{5}{6}$, (두 근의 곱) = 1

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 해의 차가 4 이고 작은 해는 큰 해의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 α , $\alpha + 4$ 라 하면

$$\alpha = \frac{1}{3}(\alpha + 4), \alpha = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

근과 계수의 관계에서

$$-a = 2 + 6 = 8, a = -8$$

$$b = 2 \times 6 = 12, b = 12$$

$$\therefore a + b = 4$$

11. 실수 a, b 에 대하여 연산 $\circ$ 를 $a \circ b = ab - a - 2b - 3$ 이라고 할 때, $(x-2) \circ (x+3) = -3$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned}(x-2) \circ (x+3) &= (x-2)(x+3) - (x-2) - 2(x+3) - 3 \\ &= x^2 - 2x - 13 \\ x^2 - 2x - 13 &= -3 \\ x^2 - 2x - 10 &= 0\end{aligned}$$

따라서 만족하는 모든 x 의 값의 곱은 두 근의 곱과 같으므로 -10 이다.

12. 지면으로부터 초속 50m 로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m라 하면, $h = 50t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면에 떨어지는데 몇 초 걸리는지 구하여라.



답 :

초



정답 : 10초

해설

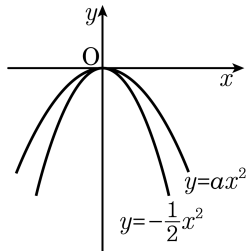
지면에 떨어질 때는 $h = 0$

$$50t - 5t^2 = 0$$

$$t^2 - 10t = 0$$

$$t = 10 (\because t > 0)$$

13. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y 축이다.

④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

① y 의 값의 범위는 $y \leq 0$

② 위로 볼록하다.

④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

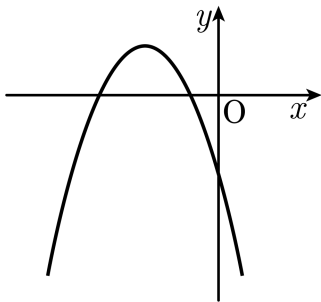
15. ‘이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는() 의 그래프를() 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.’ 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

- ① $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동
- ② $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동
- ③ $y = -3x^2$, x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동
- ④ $y = 3x^2$, y 축에 대하여 대칭이동
- ⑤ $y = -3x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는($y = -3x^2$) 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

16. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



① a

② p

③ q

④ $ap^2 + q$

⑤ aq

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.

① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$

③ 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$

④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$

⑤ $aq < 0$

17. 포물선 $y = (x - a + 1)^2 + (a^2 + 2a - 9)$ 의 꼭짓점이 $(1, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a - 1, a^2 + 2a - 9)$ 이 $(1, k)$ 이므로

$$a - 1 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$a^2 + 2a - 9$ 에 $a = 2$ 을 대입하면

$$4 + 4 - 9 = k$$

$$\therefore k = -1$$

18. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면?

① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$

② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$

③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$

④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$

⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 12x + 13 \\&= 2(x^2 - 6x) + 13 \\&= 2(x - 3)^2 - 5\end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ -3

④ -5

⑤ -8

해설

$$y = (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

$$m = -3, n = -8$$

$$\therefore m - n = 5$$

20. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k \leq -1$

④ $k > -1$

⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

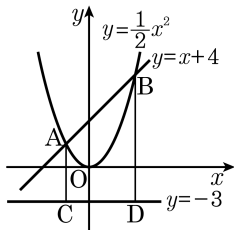
$$y = -2x^2 + 4x + k - 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + k + 1$$

꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k + 1 > 0, k > -1$$

21. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

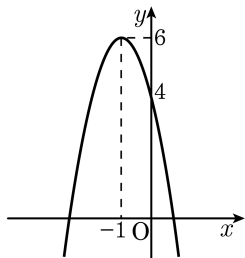
$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

A(-2, 2), B(4, 8) 이므로 $\overline{CA} = 5$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 6$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 6 = 48$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 1)^2 + 6$$

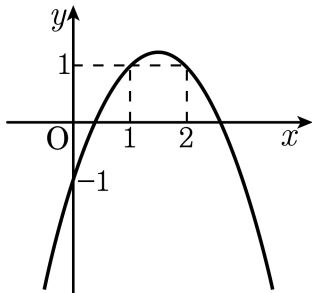
$$\therefore a = -2$$

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 1)^2 + 6 \\ &= -2x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.

점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$

점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8x + 9 \\ &= (x - 4)^2 - 7 \end{aligned}$$

아래로 볼록하므로 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

25. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$

$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.