

1. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

2. 두 방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2 - 6x + p = 0$ 을 동시에 만족하는 해가 있을 때, $-p$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1) $x = -2$ 가 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2) $x = 6$ 이 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서 $p \neq 0$ 이므로 $-p = -(-16) = 16$ 이다.

3. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠ $4(x+1) = m+3$

㉡ $4x^2 + 4x - 11 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad 4(x+1) = m+3 \quad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.

$$\therefore -7+5 = -2$$

4. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2 = 0$

② $x^2 - 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 9 = 0$

④ $(2x-1)^2 = 16$

⑤ $(x+6)(x-6) = 9$

해설

① $x = 3$

② $x = \pm 2$

③ $x = -3$

④ $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \pm 3\sqrt{5}$

5. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.

㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.

㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$

㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.

㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.

㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 6x + 1 + a = 0$ 이 유리수 근을 가질 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해 x 를 구하면

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$$

x 가 유리수가 되려면 a 가 자연수이므로 $9 - (1 + a)$ 는 8보다 작은 제곱수가 되어야 한다.

$$9 - (1 + a) = 8 - a \text{ 이므로}$$

a 의 값은 4, 7, 8이다.

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

8. 1 부터 6 까지의 정수가 적힌 정육면체와 -1 부터 -6 까지의 정수가 적힌 정육면체를 굴려서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 이차방정식 $ax^2 + 4bx + a = 0$ 이 실근을 갖지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{6}$

해설

이차방정식 $ax^2 + 4bx + a = 0$ 이 실근을 갖지 않을 조건은

$$\frac{D}{4} < 0 \text{ 이므로}$$

$$\frac{D}{4} = (2b)^2 - a^2 < 0, 4b^2 < a^2$$

$$(2b - a)(2b + a) < 0$$

이 때 $a > 0$ 이고 $b < 0$ 이므로

$(2b - a) < 0$ 는 항상 성립하여 $(2b + a) > 0$ 이어야 한다.

따라서 $(a, b) = (3, -1), (4, -1), (5, -1), (6, -1),$

$(5, -2), (6, -2)$ 이므로

확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 8 ④ 4 ⑤ -4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4 이다.

10. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2 , -4 이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

- ① 2, 5
- ② 2, -5
- ③ 1, 5
- ④ 1, 2
- ⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x - 1)(x - 5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x + 2)(x + 4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

11. 100g의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 소금을 넣어 잘 저었다. 이 소금물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2배 더 많은 소금물을 퍼내고 퍼낸 소금물의 양과 같은 양의 소금을 넣었더니 28%의 소금물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ **답:** g

▶ 정답 : 10g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 xg 이라 하면 $100g$ 의 물이 들어 있는 그릇에서 xg 의 물을 퍼낸 다음 xg 의 소금을 넣었으므로 $x\%$ 의 소금물 $100g$ 이 된다.

또, $2xg$ 의 소금물을 퍼내고 $2xg$ 의 소금을 넣었으므로 이 소금물 $100g$ 에 녹아 있는 소금의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{28}{100} \times 100$$

$$300x - 2x^2 = 2800$$

$$x^2 - 150x + 1400 = 0$$

$$(x - 10)(x - 140) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ 또는 } x = 140$$

그런데 100g 의 물에서 더 많은 양의 물을 퍼낼 수는 없으므로 처음 퍼낸 물의 양은 10g 이다.

12. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A , B 가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은?
(단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$ 이다.

13. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 =$$

$$0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

14. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

15. 포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 , 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $-\frac{7}{2}$
- ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 4$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}, p = 1, q = -4$ 이고, $a + p + q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$ 이다.

16. 이차함수 $y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

① 20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ -20

해설

$y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (-x - 4)^2 - 5$,
 $y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$ 이므로
 $a = -1, p = 4, q = 5$
 $\therefore apq = -20$

17. 이차함수 $y = 3(x + 1)^2 + q$ 의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수 q 의 범위는?

① $q < -1$

② $q < -2$

③ $q < -3$

④ $q < -4$

⑤ $q < -5$

해설

꼭짓점은 $(-1, q)$ 로 아래로 볼록한 그래프이다.

모든 사분면을 지나려면 $3 + q < 0$ 이어야 한다.

$\therefore q < -3$

18. 이차함수 $y = -(x+1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
- ① $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$ 이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
 - ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 3 이다.
 - ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

해설

- ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 $x = 0$ 일 때, y 의 값이므로
 $y = -(x+1)^2 + 3$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = -(0+1)^2 + 3 = 2$
따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 2

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든 k 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4 \\ \therefore A(3k, -4), B(0, 9k^2 - 4) \\ y &= x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 \text{ 에서 } x = 3k - 2 \text{ 또는 } 3k + 2 \\ \therefore C(3k - 2, 0), D(3k + 2, 0) \\ k > 0 \text{ 이므로 } y \text{ 절편, 두 개의 } x \text{ 절편 모두 } 0 \text{ 보다 크다.} \\ \therefore \square ABCD &= \triangle CAD + \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2) \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\text{이 식을 정리하면 } 8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$$

$$k^2 = 2 \quad \therefore k = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } k \text{ 값의 곱은 } \sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2 \text{ 이다.}$$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$

② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$

④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

22. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 8 ② 4 ③ 2 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

23. 이차함수 $y = -ax^2 + 4ax + 5$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은 $4a + 5 = -3$ 이므로 $a = -2$ 이다.

24. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x - 2)^2 - 1 \\ &= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\ &= ax^2 + 4ax + 4a - 1 \end{aligned}$$

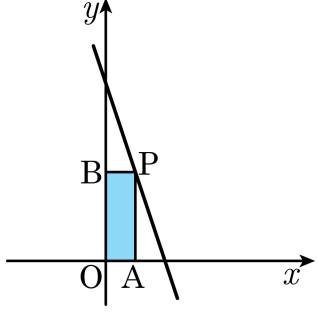
$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

25. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t, -t + 4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0, -t + 4)$
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$
 $t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4