

1.  $x$  에 대한 이차방정식  $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$  의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는  $m$  의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

①  $\frac{13}{2}$

②  $\frac{15}{2}$

③  $\frac{17}{2}$

④  $\frac{19}{2}$

⑤  $\frac{21}{2}$

### 해설

한 근이 3 이므로  $x = 3$  을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i)  $m = -2$  이면  $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii)  $m = 3$  이면  $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서  $m = 3$ , 나머지 한 근은  $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

2. 두 방정식  $x^2 - 4x - 12 = 0$ ,  $x^2 - 6x + p = 0$  을 동시에 만족하는 해가 있을 때,  $-p$  의 값은? (단,  $p \neq 0$ )

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

### 해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1)  $x = -2$  가  $x^2 - 6x + p = 0$  의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2)  $x = 6$  이  $x^2 - 6x + p = 0$  의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서  $p \neq 0$  이므로  $-p = -(-16) = 16$  이다.

3. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수  $m$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{1} \quad 4(x+1) = m+3$$

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad 4(x+1) = m+3 \quad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수  $m$ 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5이다.

$$\therefore -7 + 5 = -2$$

4. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

①  $(x - 3)^2 = 0$

②  $x^2 - 4 = 0$

③  $x^2 + 6x + 9 = 0$

④  $(2x - 1)^2 = 16$

⑤  $(x + 6)(x - 6) = 9$

해설

①  $x = 3$

②  $x = \pm 2$

③  $x = -3$

④  $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤  $x = \pm 3\sqrt{5}$

5.  $x$  에 대한 이차방정식  $(x - p)^2 = q$  에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠  $q = 0$  이면 중근이다.  
 ㉡  $q < 0$  이면 실수 범위 내에서 근은 없다.  
 ㉢  $p = 0, q > 0$  이면 두 근의 합은 항상 0 이다.  
 ㉣  $q > 0$  이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

### 해설

$(x - p)^2 = q$ ,  $x - p = \pm \sqrt{q}$  이므로  $x = p \pm \sqrt{q}$

㉠  $q = 0$  이면  $x = p$  (중근)이므로 참이다.

㉡  $q < 0$  이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.

㉢  $p = 0, q > 0$  이면  $x = \pm \sqrt{q}$  이므로 두 근의 합은 항상 0 이다.  
따라서 참이다.

㉣  $q > 0$  이면  $x = p \pm \sqrt{q}$ , 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

6. 이차방정식  $x^2 - 6x + 1 + a = 0$  이 유리수 근을 가질 때, 자연수  $a$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

### 해설

근의 공식에 의해  $x$  를 구하면

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$$

$x$  가 유리수가 되려면  $a$  가 자연수이므로  $9 - (1 + a)$  는 8 보다 작은 제곱수가 되어야 한다.

$$9 - (1 + a) = 8 - a \text{ 이므로}$$

$a$  의 값은 4, 7, 8이다.

7. 이차방정식  $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수  $k$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식  $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로  $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

8. 1 부터 6 까지의 정수가 적힌 정육면체와  $-1$  부터  $-6$  까지의 정수가 적힌 정육면체를 굴려서 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 할 때, 이차방정식  $ax^2 + 4bx + a = 0$  이 실근을 갖지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{6}$

### 해설

이차방정식  $ax^2 + 4bx + a = 0$  이 실근을 갖지 않을 조건은

$$\frac{D}{4} < 0 \text{ 이므로}$$

$$\frac{D}{4} = (2b)^2 - a^2 < 0, 4b^2 < a^2$$

$$(2b - a)(2b + a) < 0$$

이 때  $a > 0$  이고  $b < 0$  이므로

$(2b - a) < 0$  는 항상 성립하여  $(2b + a) > 0$  이어야 한다.

따라서  $(a, b) = (3, -1), (4, -1), (5, -1), (6, -1),$

$(5, -2), (6, -2)$  이므로

확률은  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  이다.

9. 이차방정식  $x^2 + 4x - 12 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha + \beta$  의 값은?

①  $-12$

②  $-6$

③  $8$

④  $4$

⑤  $-4$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-4$  이다.

10.  $x^2$ 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을  $x$ 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을  $x^2 + ax + b = 0$  이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로  $x$ 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$



12. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수  $A, B$ 가 있을 때,  $A^2 - B^2$ 의 값은?  
(단,  $A > B$ )

① 95

② 100

③ 105

④ 110

⑤ 115

해설

두 자연수를  $x, x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는  $A = 13, B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는  $169 - 64 = 105$ 이다.

13. 이차함수  $f : R \rightarrow R$  에서  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$  이다.  $f(2a) = 2a - 1$  일 때, 상수  $a$  의 값은? (단,  $R$  은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$  이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 =$$

$$0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

14. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

②  $a$ 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③  $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④  $y = -ax^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은  $x = 0$ 이다.

해설

②  $a$ 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

15. 포물선의 모양이  $y = -\frac{1}{2}x^2$  과 같고, 꼭짓점의 좌표가  $(1, -4)$  인 이차함수의 식을  $y = a(x - p)^2 + q$  라고 할 때, 상수  $a, p, q$  의 합  $a + p + q$  의 값은?

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④  $-\frac{7}{2}$       ⑤  $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이  $y = -\frac{1}{2}x^2$  과 같고 꼭짓점의 좌표가  $(1, -4)$  인 이차함수의 식은  $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 4$  이므로

$a = -\frac{1}{2}$ ,  $p = 1$ ,  $q = -4$  이고,  $a + p + q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$  이다.

16. 이차함수  $y = (-x - 4)^2 - 5$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이  $y = a(x + p)^2 + q$  라고 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하면?

① 20

② -10

③ 0

④ 10

⑤ -20

해설

$y = (-x - 4)^2 - 5$  의 그래프를  $x$  축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = (-x - 4)^2 - 5,$$

$y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$  이므로

$$a = -1, p = 4, q = 5$$

$$\therefore apq = -20$$

17. 이차함수  $y = 3(x + 1)^2 + q$  의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수  $q$  의 범위는?

①  $q < -1$

②  $q < -2$

③  $q < -3$

④  $q < -4$

⑤  $q < -5$

해설

꼭짓점은  $(-1, q)$  로 아래로 볼록한 그래프이다.

모든 사분면을 지나려면  $3 + q < 0$  이어야 한다.

$\therefore q < -3$

18. 이차함수  $y = -(x+1)^2 + 3$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $y = -x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $3$  만큼 평행이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는  $(-1, 3)$  이다.
- ③ 축의 방정식은  $x = -1$  이다.
- ④  $y$  축과 만나는 점의  $y$  좌표는  $3$  이다.
- ⑤  $x > -1$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면,  $y$  의 값은 감소한다.

해설

- ④  $y$  축과 만나는 점의  $y$  좌표는  $x = 0$  일 때,  $y$  의 값이므로  
 $y = -(x+1)^2 + 3$  에  $x = 0$  을 대입하면  
 $y = -(0+1)^2 + 3 = 2$   
따라서  $y$  축과 만나는 점의  $y$  좌표는  $2$

19. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 꼭짓점이 점  $(-5, -7)$  일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서  $a$  값이 가질 수 있는 범위는?

①  $a \leq -\frac{3}{4}$

②  $a \geq -\frac{3}{4}$

③  $a \geq \frac{7}{25}$

④  $a \leq \frac{7}{25}$

⑤  $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

20. 이차함수  $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$  의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든  $k$  의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4$$

$$\therefore A(3k, -4), B(0, 9k^2 - 4)$$

$$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 \text{ 에서 } x = 3k - 2 \text{ 또는 } 3k + 2$$

$$\therefore C(3k - 2, 0), D(3k + 2, 0)$$

$k > 0$  이므로 y 절편, 두 개의 x 절편 모두 0 보다 크다.

$$\therefore \square ABCD = \triangle CAD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2)$$

$$+ \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2)$$

$$= 36$$

$$\text{이 식을 정리하면 } 8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$$

$$k^2 = 2 \quad \therefore k = \pm \sqrt{2}$$

따라서  $k$  값의 곱은  $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$  이다.

21. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 점  $(0, 3)$  을 지나고, 꼭짓점의 좌표가  $(1, -2)$  일 때, 이 이차함수의 식은?

①  $y = -5x^2 - 10x + 3$

②  $y = 5x^2 + 10x + 3$

③  $y = -5x^2 + 9x - 2$

④  $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤  $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$  을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

22. 이차함수  $y = -2x^2 + 8x$  의 최댓값을 구하면?

① 8

② 4

③ 2

④ -2

⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x - 2)^2 + 8$$

$x = 2$  일 때, 최댓값은 8 이다.

23. 이차함수  $y = -ax^2 + 4ax + 5$  의 최댓값이  $-3$  일 때, 상수  $a$  의 값은?

①  $-8$

②  $-4$

③  $-2$

④  $2$

⑤  $4$

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은  $4a + 5 = -3$  이므로  $a = -2$ 이다.

24.  $x = 2$  일 때 최솟값  $-1$ 을 갖고,  $y$  절편이  $3$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x-p)^2 + q$ 라 할 때, 상수  $a, p, q$ 의 곱  $apq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 - 1 \\ &= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\ &= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

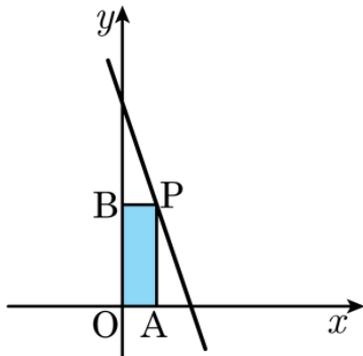
$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x-2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

25. 다음 그림과 같이 일차함수  $y = -x + 4$  의 그래프 위의 한 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를  $(t, 0)$  이라고 하면 P 의 좌표는

$(t, -t + 4)$  이고 B 의 좌표는  $(0, -t + 4)$

$$\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$$

$t = 2$  일 때, 넓이의 최댓값 4