

1. x 가 4, 5, 6, y 가 4, 5, 6 일 때, 다음 보기에서 y 가 x 의 함수인 것의 개수는?

보기

- ㉠ $x + y = 5$ 의 배수

㉡ $2x = y$
- ㉢ $xy = \text{홀수}$

㉣ $y = (x\text{의 배수})$
- ㉤ $y = (x\text{보다 큰 자연수})$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.

즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.

㉠ $x = 4$ 일 때 $y = 6$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 4$ 이므로 함수이다.

㉡ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉢ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉣ $x = 4$ 일 때 $y = 4$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 6$ 이므로 함수이다.

㉤ $x = 4$ 일 때 y 의 값이 5, 6 두 개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉣ 2개다.

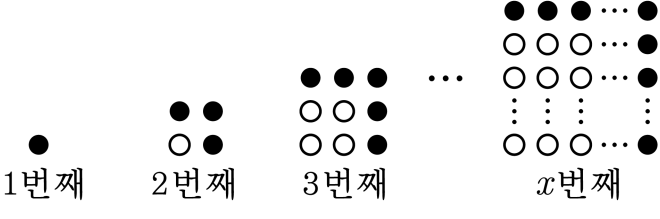
2. 다음 중 제2사분면을 지나는 것을 모두 고르면?

- ① $y = \frac{1}{x}$
- ② $y = \frac{1}{2x}$
- ③ $y = -\frac{7}{x}$
- ④ $y = -\frac{2}{3x}$
- ⑤ $y = 3x$

해설

정비례 함수 ($y = ax$), 반비례 함수 ($y = \frac{a}{x}$) 모두 a 의 값에 따라 지나는 사분면이 결정된다,
 $a > 0$ 일 때 제 1, 3 사분면 지남
 $a < 0$ 일 때 제 2, 4 사분면 지남
① $y = \frac{1}{x}$: 제 1, 3사분면 지남
② $y = \frac{1}{2x}$: 제 1, 3사분면 지남
③ $y = -\frac{7}{x}$: 제 2, 4사분면 지남
④ $y = -\frac{2}{3x}$: 제 2, 4사분면 지남
⑤ $y = 3x$: 제 1, 3 사분면 지남

3. 다음 그림과 같이 점을 찍어 나갈 때, x 번째 그림에 새로 찍어야 할 점의 갯수를 y 개라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 함수의 관계식은?



- ① $y = x$
- ② $y = 2x$
- ③ $y = x - 1$
- ④ $y = 2x - 1$
- ⑤ $y = 3x$

해설

1 번째 : 1
2 번째 : $1 \times 2 + 1$
3 번째 : $2 \times 2 + 1$
4 번째 : $3 \times 2 + 1$
⋮
 x 번째 : $(x - 1) \times 2 + 1$
 $\therefore y = 2x - 1$

4. x 의 값이 10보다 작은 소수인 함수 $f(x) = (x \text{의 약수의 갯수})$ 의 함숫값은?

① 2, 3, 5, 7

② 2

③ 1, 2, 3, 5, 7

④ 2, 3, 5

⑤ 4, 5

해설

x 의 값은 2, 3, 5, 7

소수는 1과 자신만을 약수로 가지는 수이다.

그러므로 약수의 갯수는 2이다.

x 의 값과 관계없이 $f(x)$ 는 항상 2이므로

함숫값은 2이다.

5. x 가 $0 < x < 10$ 인 정수이고 $y = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$ 일 때, $y = 2$ 에 대응하는 x 를 모두 구하면?

① 2 ② 0, 1, 2 ③ 2, 5, 8 ④ 3, 6, 9 ⑤ 2, 5

해설

$0 < x < 10$ 인 정수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 것을 찾으면 된다.
 $\therefore x = 2, 5, 8$

6. x 의 값이 $-1, 0, 1$ 이고, y 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 관계식이 다음과 같을 때, 함수가 될 수 없는 것은?

① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = -x$

④ $y = -2x$

⑤ $y = -3x$

해설

⑤ $x = -1$ 일 때, $-3 \times (-1) = 3$ 이므로 $x = -1$ 에 대응하는 y 값이 존재하지 않는다.

7. 다음 중 제 4 사분면 위의 좌표는 모두 몇 개인가?

- ㉠

$(2, 3)$
- ㉡

$(2, -1)$
- ㉢

$(-4, -5)$
- ㉣

$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- ㉤

$x > 0, y > 0$, 일 때 (x, y)
- ㉥

$x < 0, y < 0$, 일 때 $(x, -y)$
- ㉦

$x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$

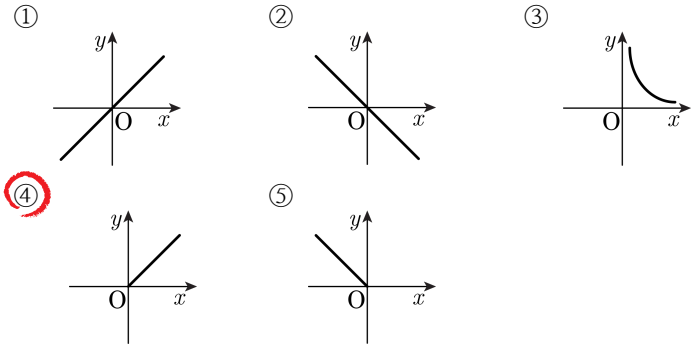
- ① 2 개
- ②

3 개
- ③ 4 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

제 4 사분면의 좌표는 부호가 $(+, -)$ 이므로 $(2, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$ 총 3 개이다.

8. $x \geq 0$ 일 때, 함수 $y = ax(a > 0)$ 의 그래프는?



해설

$y = ax(a > 0)$ 는 정비례 함수이고 비례상수 $a > 0$ 이므로 제 1, 3 사분면에 그래프가 그려져야 한다. $x \geq 0$ 이므로 그래프는 제 1 사분면에 그려져야 한다.

9. 두 점 $A(a, 6)$, $B(-12, b)$ 가 각각 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x$ 에 $x = a$, $y = 6$ 를 대입하면 $6 = 2a$

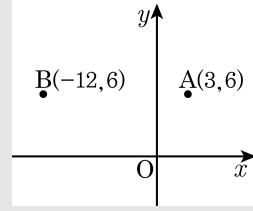
$\therefore a = 3$

$y = -\frac{1}{2}x$ 에 $x = -12$, $y = b$ 를 대입하면

$b = -\frac{1}{2} \times (-12)$

$\therefore b = 6$

$\therefore A(3, 6)$, $B(-12, 6)$



따라서 두 점 사이의 거리는 $3 - (-12) = 15$

10. 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 의 x 의 값의 범위가 $3 < x < 12$ 이고, 함수값의 범위가 $2 < y < b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 에서 x 의 값이 증가 할 때 y 의 값은 감소하므로
 $x = 3$ 일 때 $y = b$ 이고, $x = 12$ 일 때 $y = 2$ 이다.

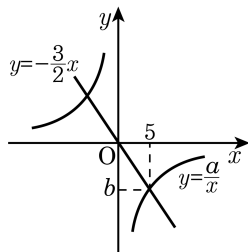
$$2 = \frac{a}{12}, a = 24$$

$$\therefore y = \frac{24}{x}$$

$$b = \frac{24}{3} = 8$$

$$\therefore a - b = 24 - 8 = 16$$

11. 두 함수 $y = -\frac{3}{2}x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가
다음 그림과 같이 점 $(5, b)$ 에서 만날 때, $\frac{a}{b}$
의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = -\frac{3}{2}x$ 에 $x = 5$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{3}{2} \times 5, \quad b = -\frac{15}{2}$$

점 $\left(5, -\frac{15}{2}\right)$ 는 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$a = 5 \times \left(-\frac{15}{2}\right) = -\frac{75}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \left(-\frac{75}{2}\right) \div \left(-\frac{15}{2}\right) = 5$$

12. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$$f^n\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 는 } \frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2} \text{ 의 값을 순환한다.}$$

$$99 \div 4 = 24 \cdots 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

13. X 에서 Y 로의 함수 f, g 를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$ 로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$ 이다. $f = g$ 가 성립하도록 하는 계수 a, b 의 값은?(단, $a < b$)

① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$

③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$f(-1) = -a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}, f(x) = -\frac{1}{2}x \text{이다.}$$

$$f = g \text{이므로 } f(1) = g(1)$$

$$\Leftrightarrow, -\frac{1}{2}x = -\frac{b}{x} \text{이고, } f(1) = g(1) \text{이므로}$$

$$-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

14. $f(x) = ax - 1 - (a - x)$ 가 $f(2) = 3$ 을 만족할 때, $f(2) + f(3) = 2f(b)$ 를 만족하는 b 의 값에 대하여 $4b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = (a + 1)x - a - 1$ 이므로 $f(2) = 3$ 에서

$3 = 2(a + 1) - a - 1$

$\therefore a = 2$

즉, $f(x) = 3x - 3$ 이고

$f(2) + f(3) = 3 + 6 = 9$ 이므로

$2f(b) = 9$ 에서

$6b - 6 = 9$

$b = \frac{5}{2}$

$\therefore 4b = 10$

15. x 가 a, b, c, d 이고 y 가 1, 2, 3, 4일 때, $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 6$ 인 함수 f 의 갯수는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$f(a), f(b), f(c), f(d)$ 의 합이 6이 되려면
(1, 1, 1, 3), (1, 1, 3, 1), (1, 3, 1, 1), (3, 1, 1, 1),
(1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 1, 1, 2),
(1, 2, 2, 1), (2, 2, 1, 1)의 10개이다.

16. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

17. 점 P에 대하여 점 $P'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $P'(9, 11)$ 이 되는 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 에서
 $9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$ 이고,
 $a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$ 이다.

18. 두 점 $P(a, b)$, $Q(-2a, 3b)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 의 넓이가 15일 때, ab 의 값은?(단, $a > 0, b > 0$)

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.

$\triangle OPQ = \text{사다리꼴} PQHH' - \triangle OQH - \triangle OPH'$

$$= \frac{1}{2}(b + 3b) \times 3a - \frac{1}{2} \times 2a \times 3b - \frac{1}{2} \times a \times b$$
$$= 6ab - 3ab - \frac{1}{2}ab$$
$$= \frac{5}{2}ab$$

$\frac{5}{2}ab = 15$ 이므로 $ab = 6$ 이다.

19. $P(c, b)$ 와 $Q(-c, -d)$ 인 위치에 있을 때, 두 점은 원점에 대칭인 점이다. 두 점 $A(2a - 3, -4b - 1)$ 과 $B(-3a, 2b - 3)$ 가 원점에 대하여 대칭인 점일 때, a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -3$

② $a = -2, b = -4$

③ $a = -3, b = -2$

④ $a = -3, b = -3$

⑤ $a = -4, b = -3$

해설

원점에 대하여 대칭인 점은 x, y 좌표의 부호가 모두 바뀐다.

i) $2a - 3 = -(-3a)$

$\therefore a = -3$

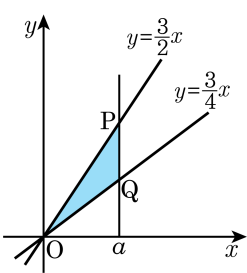
ii) $-4b - 1 = -(2b - 3)$

$-4b - 1 = -2b + 3$

$2b = -4$

$\therefore b = -2$

20. 다음 그림과 같이 점 $(a, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q 라 한다. 삼각형 POQ 의 넓이가 24 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$P\left(a, \frac{3}{2}a\right), Q\left(a, \frac{3}{4}a\right)$$

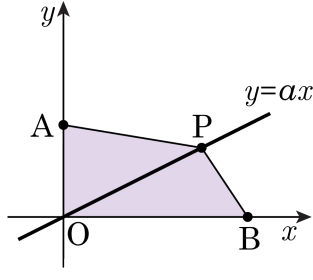
삼각형 POQ 의 넓이는 $a \times \left(\frac{3}{2}a - \frac{3}{4}a\right) \times \frac{1}{2} = 24$ 이다.

$$\frac{3}{8}a^2 = 24, a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{3}{2} \times 8 - \frac{3}{4} \times 8 = 6$$

21. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 삼각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

P점의 좌표를 (x,y) 라 하면
(삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이) 이므로
 $4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$
 $x = 2y$
P(2y,y)를 $y = ax$ 에 대입하면
 $y = a \times 2y, 2a = 1$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

22. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.
 x 의 값이 $-10 \leq x \leq 10$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a + b$ 의 값은?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

$y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위의 격자점은
 $(-9, -3), (-6, -2), (-3, 1), (3, -1), (6, 2), (9, 3)$ 6개이므로 $a = 6$

$y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은
 $(-6, -2), (-4, -3), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -12), (1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a + b = 2 \times 6 + 10 = 22$

23. 교실 청소를 하는데 A 가 혼자하면 20분 걸리고, B 가 혼자하면 30분 걸리고, C 가 혼자하면 15분 걸린다고 한다. A, B, C 의 3명이 함께 교실청소를 할 때, 몇 분이 걸리는지 구하여 소수 셋째자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내면?
- ① 6.24분 ② 6.28분 ③ 6.54분
④ 6.59분 ⑤ 6.67분

해설

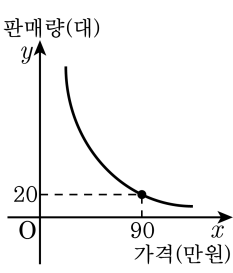
A, B, C 가 일한 시간을 x 시간이라고 하고, 일한 양을 $y\%$ 라 하여 그래프를 나타내면

A 함수의 식은 $y = 5x$
 B 함수의 식은 $y = \frac{10}{3}x$
 C 함수의 식은 $y = \frac{20}{3}x$

따라서 함께 일 할때 걸리는 시간은

$$5x + \frac{10x}{3} + \frac{20}{3}x = 100$$
$$\therefore x = \frac{20}{3} \approx 6.67(\text{분})$$

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



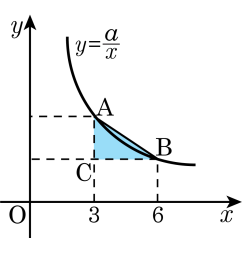
▶ 답 : 만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.
가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면
 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 90$, $y = 20$ 을 대입하면 $20 = \frac{a}{90}$, $a = 1800$
즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)
 $y = \frac{1800}{x}$ 에 $y = 24$ 를 대입하면
 $24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 3이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$