

1. x 가 4, 5, 6, y 가 4, 5, 6 일 때, 다음 보기에서 y 가 x 의 함수인 것의 개수는?

보기

㉠ $x + y = (5\text{의 배수})$

㉡ $2x = y$

㉢ $xy = \text{홀수}$

㉣ $y = (x\text{의 배수})$

㉤ $y = (x\text{보다 큰 자연수})$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.

즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.

㉠ $x = 4$ 일 때 $y = 6$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 4$ 이므로 함수이다.

㉡ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉢ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉣ $x = 4$ 일 때 $y = 4$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 6$ 이므로 함수이다.

㉤ $x = 4$ 일 때 y 의 값이 5, 6 두 개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉣ 2 개다.

2. 다음 중 제2사분면을 지나는 것을 모두 고르면?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{1}{2x}$

③ $y = -\frac{7}{x}$

④ $y = -\frac{2}{3x}$

⑤ $y = 3x$

해설

정비례 함수 ($y = ax$), 반비례 함수 ($y = \frac{a}{x}$) 모두 a 의 값에

따라 지나는 사분면이 결정된다,

$a > 0$ 일 때 제 1, 3 사분면 지남

$a < 0$ 일 때 제 2, 4 사분면 지남

① $y = \frac{1}{x}$: 제 1, 3 사분면 지남

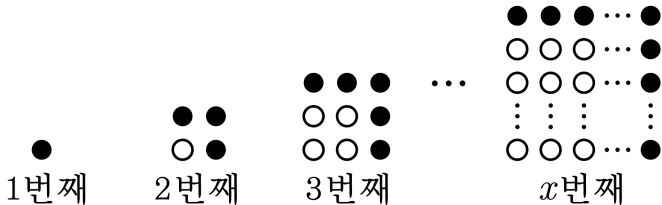
② $y = \frac{1}{2x}$: 제 1, 3 사분면 지남

③ $y = -\frac{7}{x}$: 제 2, 4 사분면 지남

④ $y = -\frac{2}{3x}$: 제 2, 4 사분면 지남

⑤ $y = 3x$: 제 1, 3 사분면 지남

3. 다음 그림과 같이 점을 찍어 나갈 때, x 번째 그림에 새로 찍어야 할 점의 갯수를 y 개라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 함수의 관계식은?



① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = x - 1$

④ $y = 2x - 1$

⑤ $y = 3x$

해설

1번째 : 1

2번째 : $1 \times 2 + 1$

3번째 : $2 \times 2 + 1$

4번째 : $3 \times 2 + 1$

$\vdots$

x 번째 : $(x - 1) \times 2 + 1$

$\therefore y = 2x - 1$

4. x 의 값이 10보다 작은 소수인 함수 $f(x) = (x \text{의 약수의 갯수})$ 의 함숫값은?

① 2, 3, 5, 7

② 2

③ 1, 2, 3, 5, 7

④ 2, 3, 5

⑤ 4, 5

해설

x 의 값은 2, 3, 5, 7

소수는 1과 자신만을 약수로 가지는 수이다.

그러므로 약수의 갯수는 2이다.

x 의 값과 관계없이 $f(x)$ 는 항상 2이므로
함숫값은 2이다.

5. x 가 $0 < x < 10$ 인 정수이고 $y = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$ 일 때, $y = 2$ 에 대응하는 x 를 모두 구하면?

① 2

② 0, 1, 2

③ 2, 5, 8

④ 3, 6, 9

⑤ 2, 5

해설

$0 < x < 10$ 인 정수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 것을 찾으면 된다.

$$\therefore x = 2, 5, 8$$

6. x 의 값이 $-1, 0, 1$ 이고, y 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 관계식이 다음과 같을 때, 함수가 될 수 없는 것은?

① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = -x$

④ $y = -2x$

⑤ $y = -3x$

해설

⑤ $x = -1$ 일 때, $-3 \times (-1) = 3$ 이므로 $x = -1$ 에 대응하는 y 값이 존재하지 않는다.

7. 다음 중 제 4 사분면 위의 좌표는 모두 몇 개인가?

㉠ $(2, 3)$

㉡ $(2, -1)$

㉢ $(-4, -5)$

㉣ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

㉤ $x > 0, y > 0$, 일 때 (x, y)

㉥ $x < 0, y < 0$, 일 때 $(x, -y)$

㉦ $x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

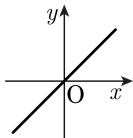
⑤ 6 개

해설

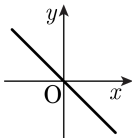
제 4 사분면의 좌표는 부호가 $(+, -)$ 이므로 $(2, -1)$, $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$ 총 3 개이다.

8. $x \geq 0$ 일 때, 함수 $y = ax(a > 0)$ 의 그래프는?

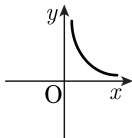
①



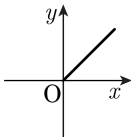
②



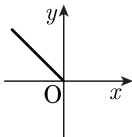
③



④



⑤



해설

$y = ax(a > 0)$ 는 정비례 함수이고 비례상수 $a > 0$ 이므로 제 1, 3 사분면에 그래프가 그려져야 한다. $x \geq 0$ 이므로 그래프는 제 1 사분면에 그려져야 한다.

9. 두 점 $A(a, 6)$, $B(-12, b)$ 가 각각 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$y = 2x$ 에 $x = a$, $y = 6$ 를 대입하면 $6 = 2a$

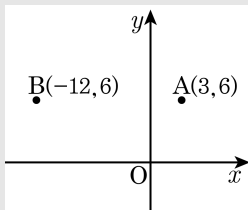
$$\therefore a = 3$$

$y = -\frac{1}{2}x$ 에 $x = -12$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{1}{2} \times (-12)$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore A(3, 6), B(-12, 6)$$



따라서 두 점 사이의 거리는 $3 - (-12) = 15$

10. 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 의 x 의 값의 범위가 $3 < x < 12$ 이고, 함숫값의 범위가 $2 < y < b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 에서 x 의 값이 증가 할 때 y 의 값은 감소하므로
 $x = 3$ 일 때 $y = b$ 이고, $x = 12$ 일 때 $y = 2$ 이다.

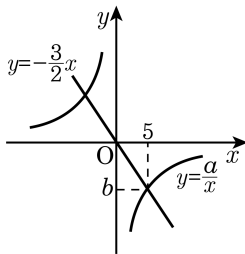
$$2 = \frac{a}{12}, a = 24$$

$$\therefore y = \frac{24}{x}$$

$$b = \frac{24}{3} = 8$$

$$\therefore a - b = 24 - 8 = 16$$

11. 두 함수 $y = -\frac{3}{2}x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가
다음 그림과 같이 점 $(5, b)$ 에서 만날 때, $\frac{a}{b}$
의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = -\frac{3}{2}x$ 에 $x = 5$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{3}{2} \times 5, \quad b = -\frac{15}{2}$$

점 $\left(5, -\frac{15}{2}\right)$ 는 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$a = 5 \times \left(-\frac{15}{2}\right) = -\frac{75}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \left(-\frac{75}{2}\right) \div \left(-\frac{15}{2}\right) = 5$$

12. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$$f^n\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 는 } \frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2} \text{ 의 값을 순환한다.}$$

$$99 \div 4 = 24 \dots 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

13. X 에서 Y 로의 함수 f, g 를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$ 로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$ 이다. $f = g$ 가 성립하도록 하는 계수 a, b 의 값은?(단, $a < b$)

① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$

③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = -\frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$f(-1) = -a = -\frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, f(x) = \frac{1}{2}x \text{이다.}$$

$$f = g \text{이므로 } f(1) = g(1)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}x = -\frac{b}{x} \text{ 이고, } f(1) = g(1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

14. $f(x) = ax - 1 - (a - x)$ 가 $f(2) = 3$ 을 만족할 때, $f(2) + f(3) = 2f(b)$ 를 만족하는 b 의 값에 대하여 $4b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = (a + 1)x - a - 1$ 이므로 $f(2) = 3$ 에서

$$3 = 2(a + 1) - a - 1$$

$$\therefore a = 2$$

즉, $f(x) = 3x - 3$ 이고

$$f(2) + f(3) = 3 + 6 = 9 \text{이므로}$$

$$2f(b) = 9 \text{에서}$$

$$6b - 6 = 9$$

$$b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore 4b = 10$$

15. x 가 a, b, c, d 이고 y 가 1, 2, 3, 4일 때, $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 6$ 인 함수 f 의 갯수는?

① 10

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

$f(a), f(b), f(c), f(d)$ 의 합이 6이 되려면

$(1, 1, 1, 3), (1, 1, 3, 1), (1, 3, 1, 1), (3, 1, 1, 1),$

$(1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 1, 1, 2),$

$(1, 2, 2, 1), (2, 2, 1, 1)$ 의 10개이다.

16. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

17. 점 P에 대하여 점 $P'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $P'(9, 11)$ 이 되는 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 에서
 $9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$ 이고,
 $a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$ 이다.

18. 두 점 $P(a, b)$, $Q(-2a, 3b)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 의 넓이가 15일 때, ab 의 값은?(단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 3

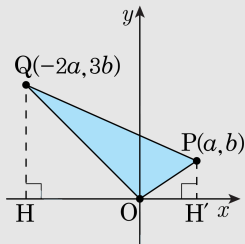
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



$$\triangle OPQ = \text{사다리꼴 } PQHH' - \triangle OQH - \triangle OPH'$$

$$= \frac{1}{2}(b + 3b) \times 3a - \frac{1}{2} \times 2a \times 3b - \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$= 6ab - 3ab - \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{5}{2}ab$$

$$\frac{5}{2}ab = 15 \text{ 이므로 } ab = 6 \text{ 이다.}$$

19. $P(c, b)$ 와 $Q(-c, -d)$ 인 위치에 있을 때, 두 점은 원점에 대칭인 점이다. 두 점 $A(2a - 3, -4b - 1)$ 과 $B(-3a, 2b - 3)$ 가 원점에 대하여 대칭인 점일 때, a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -3$

② $a = -2, b = -4$

③ $a = -3, b = -2$

④ $a = -3, b = -3$

⑤ $a = -4, b = -3$

해설

원점에 대하여 대칭인 점은 x, y 좌표의 부호가 모두 바뀐다.

i) $2a - 3 = -(-3a)$

$\therefore a = -3$

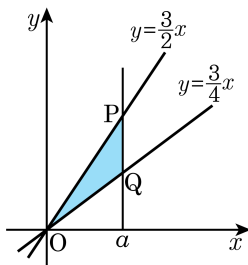
ii) $-4b - 1 = -(2b - 3)$

$-4b - 1 = -2b + 3$

$2b = -4$

$\therefore b = -2$

20. 다음 그림과 같이 점 $(a, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q 라 한다. 삼각형 POQ 의 넓이가 24 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$P\left(a, \frac{3}{2}a\right), Q\left(a, \frac{3}{4}a\right)$$

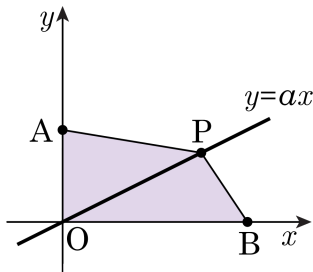
삼각형 POQ 의 넓이는 $a \times \left(\frac{3}{2}a - \frac{3}{4}a\right) \times \frac{1}{2} = 24$ 이다.

$$\frac{3}{8}a^2 = 24, a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{3}{2} \times 8 - \frac{3}{4} \times 8 = 6$$

21. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 사각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 4

해설

P 점의 좌표를 (x,y) 라 하면

(삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이)이므로

$$4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$$

$$x = 2y$$

$P(2y,y)$ 를 $y = ax$ 에 대입하면

$$y = a \times 2y, 2a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

22. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

x 의 값이 $-10 \leq x \leq 10$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 그래프

위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a + b$ 의 값은?

① 10

② 14

③ 18

④ 22

⑤ 26

해설

$y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-9, -3), (-6, -2), (-3, 1), (3, -1), (6, 2), (9, 3)$ 6개이므로 $a = 6$

$y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-6, -2), (-4, -3), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -12), (1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a + b = 2 \times 6 + 10 = 22$

23. 교실 청소를 하는데 A 가 혼자하면 20분 걸리고, B 가 혼자하면 30분 걸리고, C 가 혼자하면 15분 걸린다고 한다. A, B, C 의 3명이 함께 교실청소를 할 때, 몇 분이 걸리는지 구하여 소수 셋째자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내면?

① 6.24 분

② 6.28 분

③ 6.54 분

④ 6.59 분

⑤ 6.67 분

해설

A, B, C 가 일한 시간을 x 시간이라고 하고, 일한 양을 $y\%$ 라 하여 그래프를 나타내면

A 함수의 식은 $y = 5x$

B 함수의 식은 $y = \frac{10}{3}x$

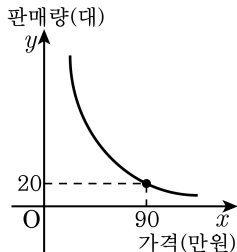
C 함수의 식은 $y = \frac{20}{3}x$

따라서 함께 일 할때 걸리는 시간은

$$5x + \frac{10x}{3} + \frac{20}{3}x = 100$$

$$\therefore x = \frac{20}{3} \approx 6.67(\text{분})$$

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

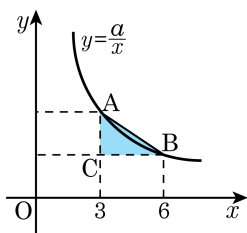
$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1800}{x} (x > 0)$$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 3이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$