

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

2. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B} \text{ 에서}$$

$$A = 5, B = 8$$

$$\therefore A - B = 5 - 8 = -3$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

4. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 4 ② $\frac{4}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4이다.

5. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

6. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$

② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 6$

해설

④ $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 증근을 가질 때, 이차방정식 $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 8x - 2x - m = 0$$

$$x^2 + 6x - m = 0 \text{ 가 증근을 가질 때,}$$

$$m = -9 \text{ 이다.}$$

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 3)$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 곱은 5이다.

8. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

즉, $(-1)^2 - c > 0$

$\therefore c < 1$

9. 이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 -8 일 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의

두 근의 합 $7 = -n, n = -7$

두 근의 곱 $3m + 1 = -8, 3m = -9, m = -3$

$\therefore m - n = -3 - (-7) = 4$

10. 이차방정식 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ①

$(\alpha + \beta)^2 = 9$
- ②

$\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$
- ③

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$
- ④

$\alpha^2 + \beta^2 = 21$
- ⑤

$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

①

$(\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$

②

$\alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$

③

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(-3)}{6} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

④

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-3)^2 - 2 \times 6 = -3\end{aligned}$$

⑤

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} \\ &= \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $3x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $-2, 4$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 - bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.
(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

이차방정식 $3x^2 - ax + b = 0$ 에서

두 근의 합은 $\frac{a}{3}$, 두 근의 곱은 $\frac{b}{3}$

$$4 + (-2) = \frac{a}{3}, \quad 4 \times (-2) = \frac{b}{3}$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -24$$

이차방정식 $6x^2 + 24x + 3 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{24}{6} = -4$

12. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{5}$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은? (a, b 는 유리수)

① 24 ② -24 ③ 12 ④ -12 ⑤ 10

해설

a, b 가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{5}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{5}$ 도 근이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$
두 근의 곱은 $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$
 $\therefore ab = 24$

13. 이차방정식 $x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 5α 라고 하면 $2\alpha + 5\alpha = 14$,
 $7\alpha = 14$, $\alpha = 2$,
따라서 두 근은 4, 10 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 40$ 이다.

14. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 5배 하였더니 제공한 것보다 14가 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$5x = x^2 - 14$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x - 7)(x + 2) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

15. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

17. 다음 보기의 조건을 만족하는 다각형은?

보기

- ㉠ n 각형의 대각선의 총수 : $\frac{n(n-3)}{2}$
- ㉡ 대각선이 모두 44개인 다각형

- ① 팔각형
- ② 구형
- ③ 십각형
- ④ 십일각형
- ⑤ 십이각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44$$
$$n^2 - 3n - 88 = 0$$
$$(n-11)(n+8) = 0$$
$$\therefore n = 11 (\because n > 0)$$

따라서 십일각형이다.

18. 어느 탐험대가 동굴을 살펴보다가 35개의 보물을 발견하였다. 이 보물을 전체 탐험대원들이 똑같이 나누어 가졌더니 각자 가진 보물들 수가 전체 탐험대원 수의 2배보다 3개가 적었다. 이 때, 전체 탐험대원의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 5 명

해설

탐험대원의 수를 x 명이라 하면

$$\frac{35}{x} = 2x - 3$$

$$2x^2 - 3x - 35 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

19. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 6 초 후

③ 7 초 후

④ 8 초 후

⑤ 9 초 후

해설

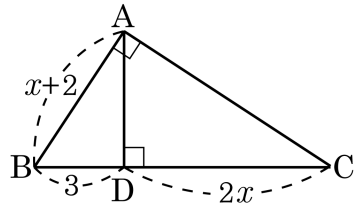
지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$0 = 40t - 5t^2, \quad t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 8$

$\therefore$ 8 초 후

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



점 D가 점 A에서 변 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, x 의 값은?

- ① $1 + \sqrt{3}$
- ② $1 + \sqrt{5}$
- ③ $1 + \sqrt{6}$
- ④ $2 + \sqrt{3}$
- ⑤ $2 + \sqrt{6}$

해설

$(x + 2)^2 = 3 \cdot (3 + 2x)$

$x^2 + 4x + 4 = 9 + 6x$

$x^2 - 2x - 5 = 0$

$x = 1 + \sqrt{6}(\because x > 0)$

21. 어떤 정사각형의 가로 길이 3 cm 길게 하고, 세로 길이를 5 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 105 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

- ① 16 cm^2 ② 25 cm^2 ③ 64 cm^2
④ 144 cm^2 ⑤ 225 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+3)(x-5) = 105$

이므로

$$x^2 - 2x - 15 = 105$$

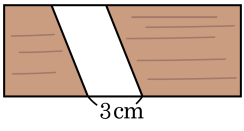
$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

$$(x+10)(x-12) = 0$$

$$x = 12 \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $12 \times 12 = 144(\text{ cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 세로의 길이보다 가로의 길이가 8 cm 더 긴 직사각형 모양의 판지가 있다. 그림과 같이 폭이 3 cm 로 일정하게 잘라내었을 때 남은 판지의 넓이가 50 cm² 이었다. 처음 판지의 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5cm

해설

판지의 세로의 길이를 x cm 라 하면, 가로는 $(x + 8)$ cm 이므로

$$x \times (x + 8) - 3 \times x = 50$$

$$x^2 + 5x - 50 = 0$$

$$(x - 5)(x + 10) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ cm (단, } x > 0 \text{)}$$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ② 아래로 볼록인 포물선이다.
- ③ $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 y 축에 대한 대칭이다.

해설

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 x 축에 대한 대칭이다.

24. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

- (가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$
두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

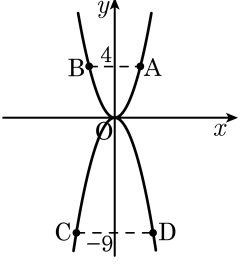
26. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

27. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

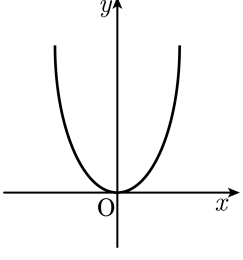
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3 , 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

28. 다음 중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



- | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| ㉠ $y = 3x^2$ | ㉡ $y = -4x^2$ | ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ |
| ㉤ $y = \frac{1}{4}x^2$ | ㉥ $y = -\frac{1}{4}x^2$ | ㉦ $y = -1.5x^2$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이다.
따라서 ㉠,㉢,㉤이다.

29. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① y 축을 축으로 한다.
 - ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
 - ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
 - ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

30. 이차함수 $y = 3x^2 + 2$, $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프에 대해 설명한 것으로 옳은 것은?

- ① 대칭축이 서로 같다.
- ② 꼭짓점의 좌표가 같다.
- ③ $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ④ 모두 x 축과 만난다.
- ⑤ 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 을 지난다.

해설

$y = 3x^2 + 2$ 는 $y = 3x^2$ 을 y 축으로 2 만큼 평행이동한 것이고
 $y = 3(x-2)^2$ 은 $y = 3x^2$ 을 x 축으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

31. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
 - ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
 - ③ 점 (2, 3)을 지난다.
 - ④ 위로 볼록한 포물선이다.
 - ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

32. 다음은 이차함수 $y = (x + 3)^2 - 1$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
- ③ x 축과의 교점은 $(-4, 0), (-2, 0)$ 이다.
- ④ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- ④ $x > -3$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

33. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

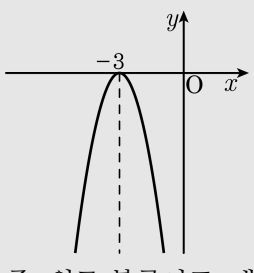
해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + 3 \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 3x^2 - 12x + 15 \\ \therefore a &= 3, b = -12, c = 15 \\ \therefore a + b + c &= 3 + (-12) + 15 = 6\end{aligned}$$

34. 이차함수 $y = -2(x + 3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?
- ① $x > 0$ ② $x > 3$ ③ $x < -3$
④ $x < 3$ ⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x + 3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

35. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$y = 2(-x + 1)^2 - 3$$

$$y = 2(x - 1)^2 - 3$$

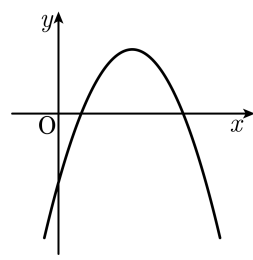
점 $(4, k)$ 를 대입하면

$$2(4 - 1)^2 - 3 = k$$

$$\therefore k = 15$$

36. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $ap + q > 0$ ② $aq - q < 0$
 ③ $p^2 + q < 0$ ④ $a + pq < 0$
 ⑤ $a(p + q) > 0$



해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로
 $a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.
 따라서 $a + pq < 0$ 이다.

37. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x + 2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

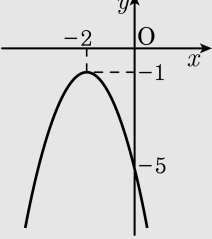
보기

- ㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉤ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
- ㉥ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉤ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



38. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

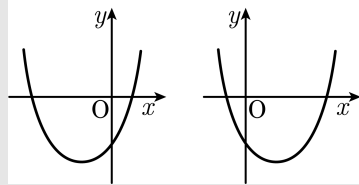
$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 좌표평면 위의 모든 사분면을 지나도록 하는 a, c 의 조건을 모두 고르면?(정답 2개)

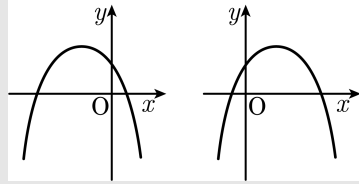
- ① $a > 0, c > 0$ ② $a > 0, c < 0$ ③ $a = 0, c = 0$
 ④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a < 0, c > 0$

해설

(1) $a > 0$ 인 경우 $c < 0$ 이다.



(2) $a < 0$ 인 경우 $c > 0$ 이다.



40. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프는 $y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

$y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x - 3)^2 - 34$ 이다.

$y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x - 3)^2 - 22$ 이므로 $y = 3(x - 3)^2 - 34$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 0, y 축의 방향으로 12만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a + b = 12$ 이다.

41. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -2x^2 + 2$

㉡ $y = 2x^2 - 3$

㉢ $y = -2(x + 1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$

㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

42. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

㉠ $x > 1$

㉡ $x < 1$

㉢ $x > 0$

㉣ $x > -1$

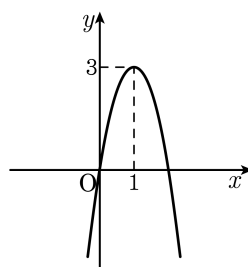
㉤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

43. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x - 1)^2 + 3$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a(0 - 1)^2 + 3, a = -3$$

$$y = -3(x - 1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$$

$$a = -3, b = 6, c = 0$$

$$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$$

44. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

45. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

① $m > -9$

② $-9 < m \leq 0$

③ $m \geq 0$

④ $0 \leq m < 9$

⑤ $m > 9$

해설

$$y = -(x - 3)^2 + m + 9$$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로

$$m \leq 0$$

$$m + 9 > 0$$

$$\therefore -9 < m \leq 0$$

46. 이차함수 $y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

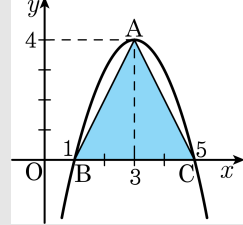
해설

$y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2 + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 9) + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$$\therefore \triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



47. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

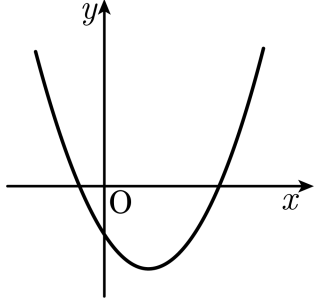
① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

48. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?

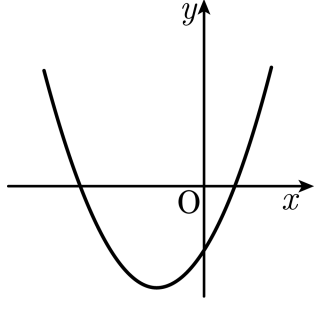


- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

49. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : 0

▷ 정답 : $abc < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

$\therefore abc < 0$