

1. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$
 $\therefore a = 14$

2. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -20 ② -15 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

3. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

4. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으시오?

① $y = 2x^2$

② $y = \frac{x^2}{3}$

③ $y = -\frac{x^2}{4}$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

5. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시키면 점 $(-1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 2 \\ (-1, a) \text{를 지나므로} \\ a &= -3 + 2 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

7. 이차방정식 $x^2 - 8x - 3 + a = 0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - (-3 + a) = 0$$

$$\therefore a = 19$$

8. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

9. 두 수 a, b 에 대하여 $a \odot b = \frac{1}{a+b\sqrt{5}}$ (단, $a \neq 0, b \neq 0$) 라고 할 때, $6 \odot 3$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{-1+\sqrt{5}}{3}$

② $\frac{-2+\sqrt{5}}{3}$

③ $\frac{-3+\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{-4+\sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-5+\sqrt{5}}{3}$

해설

$$6 \odot 3 = \frac{1}{6+3\sqrt{5}} = \frac{6-3\sqrt{5}}{36-45} = \frac{-2+\sqrt{5}}{3}$$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 않는 것은?

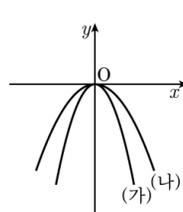
① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$



해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.
따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

11. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은
 $y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면
 $y = -2x^2 - 12x - 18$
 $a = -2, b = -12, c = -18$
 $\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

12. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

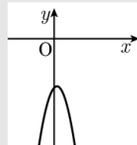
- ① 제 1, 2 사분면
- ② 제 1, 2, 3 사분면
- ③ 제 2, 3 사분면
- ④ 제 1, 3, 4 사분면
- ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$$y = -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3$$
$$= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그러 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



13. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

14. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(2, -2)$, $(-4, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$-2 = 4a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$b = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4)^2$$

$$\therefore b = -8$$

$$\therefore \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-8) = 4$$

15. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \quad -32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

16. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,

mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

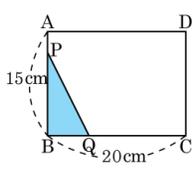
▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$$\begin{aligned}x &= \alpha, x = \beta \text{ 를 대입하면} \\ \alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 &= 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha \\ \beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 &= 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta \\ \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB 위를 점 A로부터 B까지 매초 1cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC 위를 점 B로부터 C까지 매초 2cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.



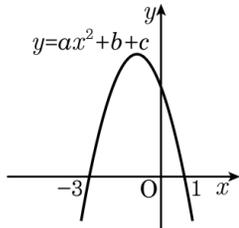
▶ 답: 초

▷ 정답: 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로
 $\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$
 $2x^2 - 30x + 72 = 0$
 $x^2 - 15x + 36 = 0$
 $(x - 3)(x - 12) = 0$
 $\therefore x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)

19. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ① $abc > 0$ ② $a + b + c > 0$
③ $9a - 3b + c < 0$ ④ $a - b + c < 4a + 2b + c$
⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

20. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.
- ㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
 $9+n = (\text{완전제곱수})$ 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
 $9+n = 25, 36, 49, \dots, 100$
 $n = 16, 27, 40, 55, 72, 91$ 의 6개이다.

22. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t-4)(t-5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 \leq t &\leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 163개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-8, 16)$, $(8, 16)$
 둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서
 x 좌표가 -8 일 때: 1개
 x 좌표가 -7 일 때:
 y 좌표는 13부터 16까지이므로 4개
 x 좌표가 -6 일 때:
 y 좌표는 9부터 16까지이므로 8개
 x 좌표가 -5 일 때:
 y 좌표는 7부터 16까지이므로 10개
 x 좌표가 -4 일 때:
 y 좌표는 4부터 16까지이므로 13개
 x 좌표가 -3 일 때:
 y 좌표는 3부터 16까지이므로 14개
 x 좌표가 -2 일 때:
 y 좌표는 1부터 16까지이므로 16개
 x 좌표가 -1 일 때:
 y 좌표는 1부터 16까지이므로 16개
 x 좌표가 0일 때: 1개
 $\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 이 중근을 가질 때, b 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{32}$

해설

$x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 가 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4(a-1)^2 - (a-2b) = 4a^2 - 9a + 4 + 2b = 0$$

$$\therefore b = -2a^2 + \frac{9}{2}a - 2 = -2\left(a - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{17}{32}$$

따라서 $a = \frac{9}{8}$ 일 때, b 는 최댓값 $\frac{17}{32}$ 을 갖는다.

25. 함수 $y = x^2 - px$ 와 $y = -x^2 + px$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때, p 의 값을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = \frac{p}{2}$ 이므로 직사각형은 직선 $x = \frac{p}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 t ($t > \frac{p}{2}$) 라 하면

$$\text{가로의 길이는 } 2 \times \left(t - \frac{p}{2}\right) = 2t - p,$$

$$\text{세로의 길이는 } (-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4\left(t - \frac{p+1}{2}\right)^2 + p^2 + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $t = \frac{p+1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $p^2 + 1 = 26$ 이므로 $p = 5$ 이다.