1. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면
$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$
$\therefore\ a = \pm\sqrt{7}$

2. 이차방정식 $(2x-1)^2=3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 정리하면

$4x^2-4x-2=0$

$\therefore$ (두 근의 합) $=-\left(-\frac{4}{4}\right)=1$

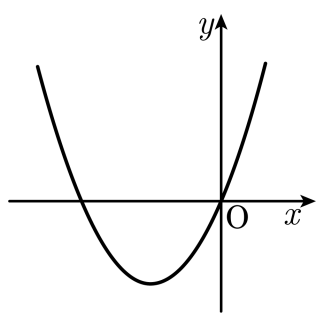
3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$y = 2^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(3,\ m)$ 을 지나므로
$m = 18 + 1$, $m = 19$ 이다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



① $a > 0,\ b > 0,\ c = 0$
② $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$
③ $a < 0,\ b = 0,\ c > 0$
④ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$
⑤ $a < 0,\ b < 0,\ c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$
y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

5. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -2x^2 + 1$ ② $y = -x^2 + x + 1$

③ $y = -(x-1)^2 + 4$ ④ $y = 1 - x^2$

⑤ $y = (x-1)(x+2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

6. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$2x^2 - ax - 3 = 0$ 에 $x = \frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0,\ a = 1$

$2x^2 - x - 3 = 0,\ (x+1)(2x-3) = 0,\ x = -1,\ \frac{3}{2}$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$2x^2 - 5x - b = 0$ 에 $x = -1$을 대입하면

$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$

7. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면
$ak^2 + bk + 3 = 0$
$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$

8. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면
$18 + 18 - a = 0$
$\therefore a = 36$
$2x^2 + 6x - 36 = 0$, $(2x + 12)(x - 3) = 0$
$(x + 6)(x - 3) = 0$
$\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$
따라서 다른 한 근은 3 이다.

9. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6)+9=0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x+14)$

해설

(완전제곱식)$= 0$의 꼴이어야 중근을 갖는다.
④ $x^2 = 1$이므로 $x = \pm 1$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

10. 이차방정식 $x^2 - 4x + 24 = kx$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$x^2 - (k+4)x + 24 = 0$

두 근을 각각 2α, 3α 라 하면 근과 계수의 관계에서

두 근의 합 $2\alpha + 3\alpha = 4 + k \cdots$ ㉠

두 근의 곱 $6\alpha^2 = 24$, $\alpha = \pm 2$

$\alpha = \pm 2$ 를 ㉠에 대입하면 $k = -14,\ 6$

$\therefore k = 6 \quad (\because k > 0)$

11. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합보다 3만큼 더 클 때, 이 세 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면
$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 + 3$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$(x-3)(x-1) = 0$
$x-1, x, x+1$은 자연수이므로 $x = 3$
$\therefore\ 2+3+4 = 9$

12. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y축이다.

④ $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

① y의 값의 범위는 $y \leq 0$
② 위로 볼록하다.
④ $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

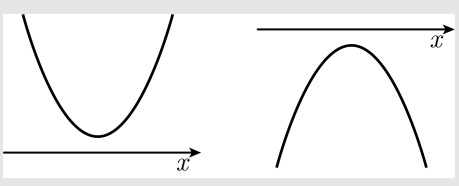
13. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 만나지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -x^2 + 4x - 3$　　② $y = 4x^2 - 8x + 9$

③ $y = -2x^2 + 8x + 1$　　④ $y = -x^2 + 6x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 8x + 5$

해설



① $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$

② $y = 4x^2 - 8x + 9 = 4(x-1)^2 + 5$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

③ $y = -2x^2 + 8x + 1 = -2(x-2)^2 + 9$

④ $y = -x^2 + 6x + 3 = -(x-3)^2 + 12$

⑤ $y = -x^2 - 8x + 5 = -(x-4)^2 + 21$

14. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \le -2$이다.

② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = (x-2)^2 - 2$
① 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \ge -2$이다.
② 아래로 볼록하다.
③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
⑤ y 도 증가한다.

15. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k, $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$
② $x^2 + 11x + 24 = 0$
③ $x^2 - 11x - 24 = 0$
④ $x^2 + 11x - 24 = 0$
⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$, $k = \pm 8$
$k < 0$ 이므로 $k = -8$
-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은
$x^2 + 11x + 24 = 0$

16. 고속도로의 통행료을 x% 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x$% 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B대 라 하면

인상 후의 통행료는 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{78}{100}\right)$ 원

$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$

$=A\times B\times\left(1-\frac{78}{100}\right)$ 이다.

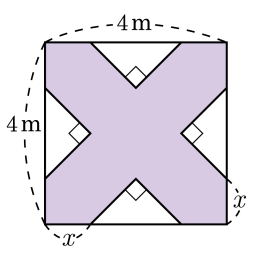
$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{100}\right)=\left(1-\frac{78}{100}\right)$

$2x^2+175x-1950=0$

$(2x+195)(x-10)=0$

$x>0$ 이므로 $x=10$

17. 한 변의 길이가 4 m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4 개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x의 값은?



① 1 m ② $\frac{1}{2}$ m ③ $(-2+\sqrt{7})$ m
④ $\frac{3}{4}$ m ⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

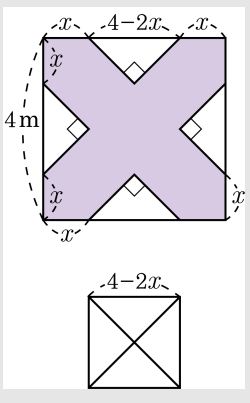
빗변의 길이가 $4-2x$ 인 직각이등변삼각형 4 개를 붙이면 한 변의 길이가 $4-2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4-2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$

$16-16x+4x^2 = 4$

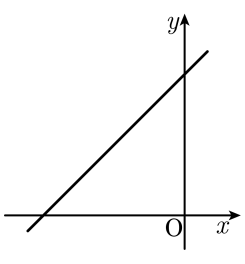
$x^2-4x+3 = (x-3)(x-1) = 0$

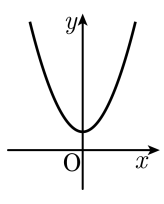
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 3$

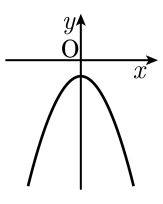
$x < 2$ 이므로 $x = 1$ (m)

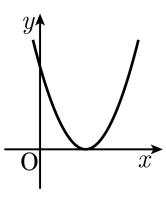


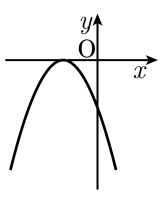
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

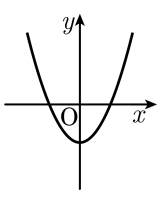


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

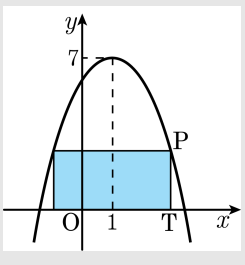
20. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t, \ -t^2 + 2t + 5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t-2)^2 + 14\end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

21. 이차방정식 $\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2-3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $11+\sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{2}{3x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$3x^2-6x-8=0$

$3(x^2-2x+1)=8+3$

$3(x-1)^2=11$

$\therefore\ x=1\pm\frac{\sqrt{33}}{3}$

α 는 양의 근이므로 $\alpha=1+\frac{\sqrt{33}}{3}$

$\therefore\ 3\alpha^2-3\alpha=11+\sqrt{33}$

22. 일정한 양의 물이 들어 있는 물탱크에서 물을 빼내고 있다. t 초 동안 (t^2+2t+5)L 만큼 물을 빼낸다면 13 초 후에 물탱크의 물을 전부 빼낼 수 있다고 할 때, 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 얼마인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 5초

해설

물탱크에 들어 있는 물의 양을 PL 라 하면 PL 를 전부 빼내는데 걸리는 시간이 13 초이므로

$P = t^2+2t+5 = 13^2+2\times 13+5 = 200$

따라서 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 x 초로 놓으면 $x^2+2x+5 = 40$ 이므로 $x^2+2x-35 = 0$ 이다.

그러므로 $x = 5$ ($\because$ $x > 0$) 이다.

23. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$라 할 때, $f^{1111}(1)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$f^1(1) = -2$
$f^2(1) = f(-2) = 1$
$f^3(1) = f(1) = -2$
$f^4(1) = f(-2) = 1$
$\vdots$
$\therefore\ f^{1111}(1) = -2$

24. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 중 0 보다 큰 좌표의 점과 원점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 모든 k 의 값들의 합을 구하여라. (단, k 는 20 이하의 자연수이다.)

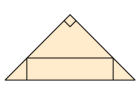
▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$y = \frac{1}{4}x^2 - k$와 x 축과의 교점의 x 좌표를 구하면 $\frac{1}{4}x^2 - k = 0$
에서 $x = 2\sqrt{k}$ ($\because$ $x > 0$)
따라서 교점과 원점 사이의 거리는 $2\sqrt{k}$이다.
$2\sqrt{k}$가 정수가 되도록 하는 20이하의 자연수 k값을 구하면
$k = 1,\ 4,\ 9,\ 16$
따라서 모든 k 값들의 합은 $1 + 4 + 9 + 16 = 30$이다.

25. 빗변의 길이가 40 인 직각이등변삼각형에 다음 그림과 같이 직사각형을 그릴 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

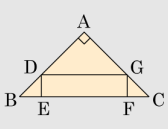


▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

다음 그림에서 선분 DE 의 길이를 x 라 하면
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 45°$ 이므로
$\overline{BE} = x$ 이다.



마찬가지로 $\overline{FC} = x$
$\therefore\ \overline{EF} = 40 - x - x = 40 - 2x$
직사각형의 넓이를 S 라 하면
$S = x(40 - 2x)$
$= -2x^2 + 40x$
$= -2(x - 10)^2 + 200$
따라서 $x = 10$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 이다.