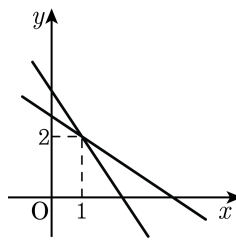


1. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = a \\ 3x - by = 7 \end{cases}$ 의 그래프를 그렸더니 다음 그림과 같았다. 이때, $a - 3b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 14



해설

교점의 좌표 (1, 2)가 연립방정식의 해이므로
 $x = 1, y = 2$ 를 두 방정식에 대입하면
 $2 + 6 = a \quad \therefore a = 8$
 $3 - 2b = 7 \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a - 3b = 8 - 3 \times (-2) = 14$

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 15x - 16 + y = 3(x - y) \end{cases}$ 의 해는?

① $x = 1, y = 1$

② $x = 1, y = -1$

③ $x = 2, y = 2$

④ $x = 2, y = -2$

⑤ $x = -2, y = -2$

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 6 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 15x - 16 + y = 3(x - y) & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡식을 정리하면

$$y = 2x - 6 \cdots \textcircled{㉢}, 3x + y = 4 \cdots \textcircled{㉣}$$

㉢을 ㉣에 대입하면

$$3x + (2x - 6) = 4, x = 2$$

$$x = 2 \text{를 } \textcircled{㉢} \text{식에 대입하여 } y = -2$$

$$\therefore x = 2, y = -2$$

3. 다음 중 $x = -2$ 일 때 참이 되는 부등식을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $2x \geq 5$

ㄴ. $x + 2 < 4$

ㄷ. $\frac{x}{3} < x + 1$

ㄹ. $2(x - 1) \leq 5$

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄹ

해설

ㄱ. $-4 \geq 5$ 이 되므로 거짓이다.
ㄷ. $-\frac{2}{3} < -1$ 이 되므로 거짓이다.

4. 다음 부등식을 만족하는 가장 작은 정수는?

$$1.5(2 - 3x) < 3.5(1 - x)$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3 - 4.5x < 3.5 - 3.5x$, $-0.5 < x$ 이므로 만족하는 가장 작은 정수는 0 이다.

5. 두 개의 부등식 $\frac{4x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$, $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 를 동시에 만족하는 정수는?

① 0, 1

② -1, 0, 1, 2

③ -1, 0, 2, 3

④ -1, 0, 1, 2, 3

⑤ -2, -1, 0, 1, 2

해설

i) $\frac{4x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 10 을 곱해주면,

$$\Rightarrow 2(4x-1) \leq 5(x+1) \Rightarrow x \leq \frac{7}{3}$$

ii) $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 6 을 곱해주면,

$$\Rightarrow 2(3x+1) > 3(x-1) \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$$

따라서 $-\frac{5}{3} < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 -1, 0, 1, 2 이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ 의 해가 (m, n) 일 때, $m - n$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{ 이면}$$

$$x = 3, y = 2 \text{ 이므로 } (m, n) = (3, 2)$$

$$\therefore m - n = 3 - 2 = 1$$

7. 다음 연립방정식의 해는?

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-4}{4} = 7 \\ \frac{x-3}{2} - \frac{y+2}{2} + 3 = 0 \end{cases}$$

① $(-11, -12)$

② $(11, 12)$

③ $(-1, -2)$

④ $(-11, 12)$

⑤ $(1, 2)$

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) + y - 4 = 28 \\ x - 3 - (y+2) + 6 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + y - 4 = 28 \\ x - 3 - y - 2 + 6 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y = 34 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$3x = 33, x = 11$ 이므로 $y = 12$ 이다.

8. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $-2a < -2b$

② $2a - 3 > 2b - 3$

③ $-\frac{a}{4} + 1 < -\frac{b}{4} + 1$

④ $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$

⑤ $2 - a > 2 - b$

해설

$a > b$ 이므로 $-a < -b$ 이다. 따라서 $2 - a < 2 - b$ 이다

9. 부등식 $\frac{x+1}{3} + \frac{1}{6}(a-x) \geq -\frac{1}{3}$ 의 해가 $x \geq -21$ 일 때, a 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

양변에 6 을 곱하면 $2x + 2 + a - x \geq -2$,

$x \geq -2 - 2 - a, x \geq -4 - a$

부등식의 해가 $x \geq -21$ 이므로

$-4 - a = -21$

$\therefore a = 17$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-5) \leq 18 \\ 2(7+2x) > 3x+12 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수를 A

라하고, 소수의 개수를 B 라고 할 때 $A-B$ 는 얼마인가?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$3(x-5) \leq 18, \quad x \leq 11$$

$$2(7+2x) > 3x+12$$

$$14+4x > 3x+12, \quad x > -2$$

따라서, 해는 $-2 < x \leq 11$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 11

개이고 소수는 5 개이다.

$$\therefore A-B=6$$

11. 두 부등식이 $\frac{2-3x}{3} \geq a$, $2x+4 < 3x$ 일 때, 공통된 해가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

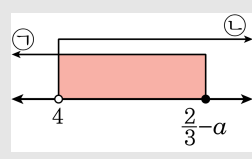
- ① $a < \frac{2}{3}$ ② $a < \frac{5}{3}$ ③ $a > 4$
 ④ $a < -\frac{5}{3}$ ⑤ $a < -\frac{10}{3}$

해설

$$\frac{2-3x}{3} \geq a \text{ 를 풀면, } 2-3x \geq 3a, 3x \leq 2-3a, x \leq \frac{2}{3}-a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x+4 < 3x \text{ 를 풀면, } x > 4 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통부분이 있어야 한다. 즉,



$$\text{이므로, } 4 < \frac{2}{3}-a$$

$$\therefore a < -\frac{10}{3}$$

12. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $(x-5)$ cm, $(x+1)$ cm, $(x+4)$ cm 라고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 8$

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.

$x+4$ 가 가장 긴 변이므로

$$x+4 < (x-5) + (x+1)$$

$$x-x-x < -5+1-4$$

$$-x < -8$$

$$x > 8$$

13. 두 지점 A, B 사이를 왕복하는데 갈 때에는 시속 5 km, 올 때에는 시속 4 km로 걸어서 3 시간 이내에 왕복하려고 할 때, A, B 사이의 거리의 범위는?

- ① $\frac{20}{9}$ km 이내 ② 2.5 km 이내 ③ $\frac{10}{3}$ km 이내
④ 6.5 km 이내 ⑤ $\frac{20}{3}$ km 이내

해설

A, B 사이의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{4} \leq 3 \text{에서}$$

$$4x + 5x \leq 60$$

$$\therefore x \leq \frac{20}{3} \text{ (km)}$$

14. 10% 의 소금물 200g 이 들어있는 비커를 일주일 동안 놓아두었더니 농도가 25% 이상이 되었다. 일주일 동안 증발된 물의 양은 최소한 g 인지 구하여라.

▶ 답: g

▶ 정답 : 120g

해설

10%의 소금물 200g에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times 200 = 20(\text{g})$

이다. 물이 증발되는 동안 소금의 양은 변화가 없다. 증발된 물의

$$\text{양을 } xg \text{ 이라고 하면 소금물의 농도는 } \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 =$$
$$\frac{20}{200 - r} \times 100(\%) \text{ 가 된다.}$$

$$\frac{20}{200} \times 100 \geq 25$$

$$\frac{20}{200-x} \times 100 \geq \frac{200-x}{25} \geq 200-x$$

$$\frac{2000}{25} \geq 200$$

$$80 \geq 200 - x$$

$$\begin{array}{l} 80 \geq 20 \\ x \geq 120 \end{array}$$

증발된 물의 양은 최소한 120g 이 된다.

15. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x + y = N$ 이 단 한 개의 해를 갖도록 하는 자연수 N 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$N = 1, 2, 3$ 일 때, $3x + y = N$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 없다.

$N = 4$ 일 때, $3x + y = 4$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 1)$ 이다

$N = 5$ 일 때, $3x + y = 5$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 2)$ 이다.

$N = 6$ 일 때, $3x + y = 6$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 3)$ 이다.

$N = 7$ 일 때, $3x + y = 7$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 4), (2, 1)$ 이다.

따라서 단 한 개의 해를 갖도록 하는 자연수 N 의 값은 4, 5, 6이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 4y = 17 \\ 5x + by = 10 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$ax + 4y = 17$ 에 점 $(-1, 5)$ 를 대입

$$-a + 20 = 17$$

$$a = 3$$

$-5x + by = 10$ 에 점 $(-1, 5)$ 를 대입

$$5 + 5b = 10$$

$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 4$$

17. 다음 연립방정식 중 해가 존재하지 않는 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} y = -3x \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} y = x - 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -7 \end{cases}$$

해설

$$\textcircled{5} \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \quad \text{이므로 해가 없다.}$$

18. 아들이 시속 20km 의 속력으로 자전거를 타고 집을 나선 지 5 분 후에 지갑을 놓고 간 것을 어머니가 자동차를 타고 시속 30km 로 달려서 아들을 만났다. 어머니는 출발한지 몇 분 후에 아들을 만났는가?

- ① 5 분 ② 6 분 ③ 8 분 ④ 10 분 ⑤ 12 분

해설

아들이 자전거를 타고 간 시간을 x 분, 어머니가 자동차를 타고 간 시간을 y 분이라 하면
두 사람이 움직인 거리는 같으므로
 $20 \times \frac{x}{60} = 30 \times \frac{y}{60}$
 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}, x = \frac{3}{2}y \cdots \textcircled{1}$
아들이 어머니보다 5분 먼저 출발했으므로
 $x = y + 5 \cdots \textcircled{2}$
①식을 ②에 대입하면
 $\frac{3}{2}y = y + 5$
 $\frac{1}{2}y = 5$
 $\therefore y = 10(\text{분})$

19. 그릇에 농도가 다른 두 소금물 A, B가 있다. A 소금물 100g과 B 소금물 200g을 섞으면 농도가 20%의 소금물이 되고, A 소금물 300g과 B 소금물 100g을 섞으면 25%의 소금물이 되었을 때, A 소금물과 B 소금물의 농도를 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답: %▶ 답: %

▶ 정답 : 28%

▶ 정답 : 16%

해설

소금물 A의 농도를 $x\%$, 소금물 B의 농도를 $y\%$ 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{20}{100} \times 300 \\ \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{25}{100} \times 400 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2y = 60 \dots \textcircled{7} \\ 3x + y = 100 \dots \textcircled{8} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 28, y = 16$ 이다.

20. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{2} \leq 2$ 의 해가 $-7 < x \leq b$ 일 때, $ax-b < 0$ 의 해를 구하면?

① $x < 1$

② $x > 1$

③ $1 < x < 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > 3$

해설

$-6 < x+a \leq 4$ 와 $-7 < x \leq b$ 와 같으므로 $-6-a < x \leq 4-a$,
 $a=1$, $b=3$
 $ax-b = x-3 < 0$
그러므로 $x < 3$ 이다.

21. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + by = 7 \\ ax - by = 3 \end{cases}$ 에서 x, y 는 모두 자연수이다. 다음 중 $a + b$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, a 는 0 이상의 정수, b 는 정수)

- ① -3
- ② -1
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 13

해설

$$\begin{cases} 2x + by = 7 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ ax - by = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \quad \text{에서 } \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } (2 + a)x = 10$$

$$\therefore x = \frac{10}{2 + a}$$

x 가 자연수가 되려면 $a = 0, 3, 8$ 이어야 한다.

i) $a = 0$ 이면 $x = 5$ 이것을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$by = -3, y = -\frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면}$$

$$b = -1, \quad -3$$

ii) $a = 3$ 이면 $x = 2$ 이것을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$by = 3, y = \frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면 } b = 1, 3$$

iii) $a = 8$ 이면 $x = 1$ 이것을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$by = 5, y = \frac{5}{b} \text{ 가 자연수가 되려면 } b = 1, 5$$

i), ii), iii) 에서

$$a = 0 \text{이면 } b = -1, \quad -3 \therefore a + b = -1, \quad -3$$

$$a = 3 \text{ 이면 } b = 1, 3 \qquad \therefore a + b = 4, 6$$

$$a = 8 \text{ 이면 } b = 1, 5 \qquad \therefore a + b = 9, 13$$

따라서 8 은 $a + b$ 의 값이 될 수 없다.

22. 합금 I 은 금속 A, B, C 를 3 : 5 : 2 의 비율로 섞어 만든 금속이고, 합금 II 는 금속 A, B, C 를 2 : 1 : 2 로 섞어 만든 금속이다. 이 두 종류의 합금을 녹여서 금속 A 가 40g, 금속 B 가 27g 포함된 합금을 만들었을 때, 이 합금 속에 들어있는 금속 C 의 무게를 구하여라.

▶ 4:00

▷ 정답 : 38 g

해설

합금 I 에서 금속 A, B, C 의 양을 각각 $3kg$, $5kg$, $2kg$ 이라 하고 합금 II 에서 금속 A, B, C 의 양을 각각 $2mg$, mg , $2mg$ 이라 하면 이 두 종류의 합금을 녹여서 만든 합금에서 금속 A 의 양은 $3k + 2m = 40$, 금속 B 의 양은 $5k + m = 25$ 이다.

금속 A 의 양은 $3k + 2m = 40$,
금속 B 의 양은 $5k + 3m = 35$ 이다.

금속 B 의 양은 $5k + m = 27$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면 $k = 2$, $m = 17$

합금 속에 들어있는 금속 C의 무게는

 $2k + 2m = 4 + 34 = 38(\text{g})$ 이다.

23. 길이가 83 cm 인 철사로 정삼각형 1 개와 정사각형 1 개를 만들고 3 cm 가 남았다. 정삼각형의 한 변의 길이는 정사각형의 한 변의 길이의 2 배일 때, 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64 cm²

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 x cm, 정사각형의 한 변의 길이를 y cm라 하면

$$3x + 4y + 3 = 83,$$

$$x = 2y$$

연립방정식을 풀면 $x = 16, y = 8$

따라서 정사각형의 넓이는 $8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 길이가 100m 인 열차 A 는 터널 C 를 지나기 시작하여 완전히 다 지나갈 때까지 45 초가 걸리고, 길이 70m 인 열차 B 는 터널 D 를 지나기 시작하여 완전히 다 지나갈 때까지 30 초가 걸린다. 기차 A 와 B 의 속력의 비는 10 : 7 이고, 터널 C, D 의 길이의 비는 5 : 2 일 때, 터널 C, D 의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답 : 490 m

해설

열차 A, B 의 속력을 $10x$ (m/s), $7x$ (m/s) 라 하고 터널 C, D 의 길이를 $5y$ (m), $2y$ (m) 라 하면

$$100 + 5y = 45 \times 10x$$

$$70 + 2y = 30 \times 7x$$

$$\therefore x = 1 \quad y = 70$$

따라서 터널 C의 길이는 350m, 터널 D의 길이는 140m, 터널 C와 D의 길이의 합은 490m이다.

25. 좌표평면 위의 두 직선 $y = ax - 5$, $y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}$ 이 만나는 점이 제 4 사분면에 있을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = ax - 5, ax - y = 5 \cdots \textcircled{A}$$

$$y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}, 2x + 3ay = 7 \cdots \textcircled{B}$$

위의 연립방정식의 해가 $x > 0, y < 0$ (제 4 사분면)이다. x 를 소거하기 위하여 $\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} \times a$ 을 하면

$$(-2 - 3a^2)y = 10 - 7a \text{ 에서}$$

$$y = \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{C}$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $ax - \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} = 5$ 에서

$$\therefore x = \frac{15a + 7}{3a^2 + 2}$$

한편, $x > 0, y < 0$ 이므로

$$\frac{15a + 7}{3a^2 + 2} > 0, \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} < 0 \text{ 에서 } 3a^2 + 2 \text{ 는 모든 자연수 } a \text{ 에 대하여 } 0 \text{ 보다 크므로}$$

$15a + 7 > 0$ 이고 $7a - 10 < 0$ 이면 된다.

따라서 $-\frac{7}{15} < a < \frac{10}{7}$ 을 만족하는 자연수 $a = 1$ 이다.