

1. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$\therefore$ 5 개

2. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10쪽

② 12쪽

③ 14쪽

④ 16쪽

⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

3. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = x^2 + x - x^2$

② $y = 0 \cdot x^2 + 3$

③ $y = x^2(-x^2 + 4x + 5)$

④ $y = x^2 + x + 3 - 2x^2$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$

해설

① $y = x^2 + x - x^2 = x$ 이므로 일차함수이다.

② $y = 0 \cdot x^2 + 3 = 3$ 이므로 상수함수이다.

③ $y = x^2 + (-x^2 + 4x + 5) = 4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$ 는 분수함수이다.

4. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$

② $y = -\frac{4}{3}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$y = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$a = 3, b = -12, c = 17$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 12 + 17 = 8$$

6. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $3x^2 + 10x + 3 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = -3$ 일 때 성립하므로 모두 음수이다.

7. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

8. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, \frac{2}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 13

④ 14

⑤ 16

해설

$$(\text{두 근의 합}) = -\frac{a}{3} = -3 + \frac{2}{3} = -\frac{7}{3}$$

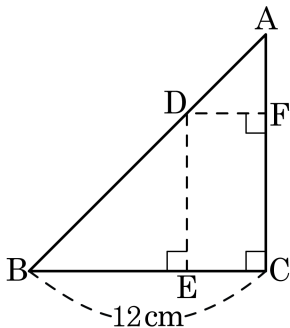
$$\therefore a = 7$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{b}{3} = (-3) \times \left(\frac{2}{3}\right) = -2$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a - b = 7 - (-6) = 13$$

9. 한 변의 길이가 12cm 인 직각이등변삼각형에서 빗변 AB 위의 한 점 D 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하고 $\triangle DBE$ 와 $\square DECF$ 의 넓이가 같다고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는? (단, $\angle BDE = 45^\circ$)



① 6cm

② 7cm

③ 8cm

④ 9cm

⑤ 10cm

해설

$\overline{BE} = x$ cm 라 하면 $\overline{DE} = x$ cm , $\overline{CE} = (12 - x)$ cm

$\triangle DBE = \square DECF$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times x = x(12 - x)$$

$$3x^2 - 24x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ cm } (\because x > 0)$$

10. x 축과의 교점이 $(3, 0)$, $(-2, 0)$ 이고, 점 $(1, 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = x^2 + x + 6$

② $y = -x^2 + x + 6$

③ $y = x^2 - x + 6$

④ $y = x^2 + x - 6$

⑤ $y = -x^2 - x + 6$

해설

x 축과의 교점이 $(3, 0)$, $(-2, 0)$ 이므로

$$y = a(x - 3)(x + 2)$$

점 $(1, 6)$ 을 지나므로

$$6 = a(1 - 3)(1 + 2), a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 3)(x + 2) = -x^2 + x + 6$$

11. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 점 $(2, 5)$ 를 지나고, y 절편이 37 인 이차함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이므로

$$y = a(x - 3)^2 + q$$

점 $(2, 5)$ 와 y 절편 $(0, 37)$ 를 지나므로

$$5 = a + q, 37 = 9a + q$$

$$a = 4, q = 1$$

$$\therefore y = 4(x - 3)^2 + 1$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 4를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2ax + b = (x - a)^2 + b - a^2$$

$x = 1$ 일 때, 최솟값이 4 이므로

$$y = (x - 1)^2 + 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 1$, $b - 1 = 4$, $b = 5$ 이다.

$$\therefore a + b = 6$$

13. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 $\frac{2}{3}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 이다.

$y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 를 전개하면 $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ 이므로

$a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{4}{3}$, $c = \frac{8}{3}$ 이다.

$$\therefore a - b + c = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = 2$$

14. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

16. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

17. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| = \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n 은 3이다.

18. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

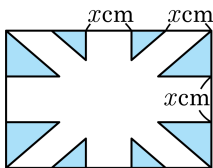
$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

19. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



① 2 cm

② 3 cm

③ 4 cm

④ 2 cm 또는 7 cm

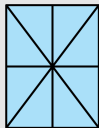
⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$

정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$

$x < 3$ 이므로 $x = 2$



20. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

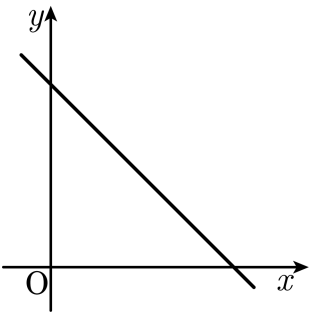
해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

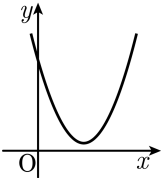
$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

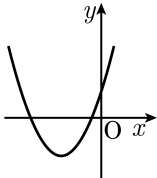
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



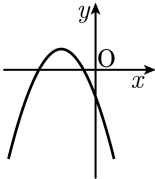
①



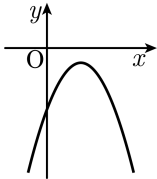
②



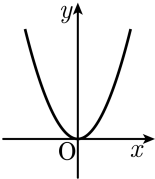
③



④



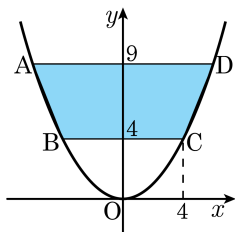
⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

22. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C (4, 4) 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

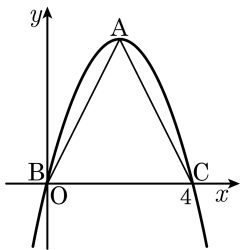
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 포물선의 x 축과의 교점을 B, C, 꼭짓점을 A 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = -x^2 + bx + c$ 에 $(0, 0)$, $(4, 0)$ 을 대입하여 연립하여 풀면 $b = 4$, $c = 0$ 이다.

$y = -x^2 + 4x$, $y = -(x - 2)^2 + 4$ 이므로, 꼭짓점 A(2, 4) 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

24. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.