

1. 다음 보기의 이차방정식 중 $x=2$ 가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x+1)(x-2)=0$

㉡ $x^2-x-6=0$

㉢ $2x^2-5x+2=0$

㉣ $(x-1)^2-4=0$

㉤ $x^2-3x=0$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x=2$ 를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉢의 2개이다.

2. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

- ① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $1 \pm \sqrt{10}$ ③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$
④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x - 3 &= 0 \\ 2x^2 - 4x &= 3 \\ 2(x^2 - 2x) &= 3 \\ x^2 - 2x &= \frac{3}{2} \\ (x-1)^2 &= \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \\ x-1 &= \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \\ x &= 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $3a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

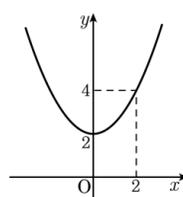
두 근을 α, β 라고 하자.

$$\alpha + \beta = 2 - 3 = -a, a = 1$$

$$\alpha\beta = 2 \times (-3) = -6 = b, b = -6$$

$$\therefore 3a + b = 3 - 6 = -3$$

4. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

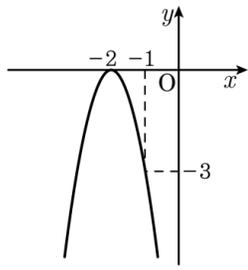
$$y = ax^2 + 2 \text{ 가 점 } (2, 4) \text{ 를 지나므로 } 4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2 \text{ 의 그래프가 점 } (a, 10) \text{ 을 지나므로}$$

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

5. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x+2)^2$

④ $y = -3(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x+2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x+2)^2$ 에 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1+2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x+2)^2$$

6. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.
따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

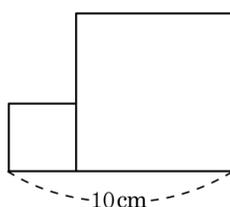
7. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면
 $x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$
 $x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$
 $-6 = -2b, a + 3 = b^2$
 $b = 3, a = 6$
 $\therefore ab = 18$

8. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 58cm^2 일 때, 작은 사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(10 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$2x^2 - 20x + 100 = 58$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x - 3)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 7$$

작은 정사각형의 한 변의 길이는 3cm, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

9. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

10. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$$y = -3x^2 + kx + 7$$

$$= -3(x-4)^2 + 55$$

$$= -3x^2 + 24x + 7$$

$$\therefore k = 24$$

11. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = 6x - 14$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 2$ ⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 (2, 6),
 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로
 y 축과의 교점은 (0, 4)
두 점 (2, 6), (0, 4)를 지나는 직선의 기울기는
 $\frac{6-4}{2-0} = 1$,
 y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

12. 이차함수 $y = 3(x+1)^2 + 9$ 의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

아래로 볼록하므로 꼭짓점의 y 의 값 9 가 최솟값이다.

13. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + a$ 의 최솟값이 7 일 때, a 의 값을 고르면?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} y &= 3(x+1)^2 - 3 + a \text{ 이므로} \\ -3 + a &= 7 \\ \therefore a &= 10 \end{aligned}$$

14. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 v m 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}$ m/s

▷ 정답: 50 m/s

해설

$$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10} + 20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} + 20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.
따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

15. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

16. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

17. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

$$\therefore n = 9 \quad (\because n > 0)$$

18. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은?

- ① 40% ② 45% ③ 50% ④ 55% ⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 50$

19. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{의 양변에 } x \text{를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

20. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm\sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면 된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$