

1. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로 주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6, x = -3(\text{다른 한 근})$$

$$a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

2. 이차방정식 $(x-a)^2 = 2b$ 의 근이 $3 \pm 2\sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$(x-a)^2 = 2b, \quad x = a \pm \sqrt{2b} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

3. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

4. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$

㉣ $x^2 + 6x = 9$

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ (중근)

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$

$\therefore x = -4$ (중근)

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면

$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{2}{5}$ (중근)

5. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3

② 6

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면

$$x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$$

$$-6 = -2b, a + 3 = b^2$$

$$b = 3, a = 6$$

$$\therefore ab = 18$$

6. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 8x - 2x - m = 0$$

$x^2 + 6x - m = 0$ 가 중근을 가질 때,

$m = -9$ 이다.

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 3)$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 곱은 5이다.

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

8. 이차함수 $3x^2-4x-4=0$ 의 두 근의 합과 두 근의 곱이 $x^2+ax+b=0$ 의 근일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{16}{9}$

해설

근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합과 두 근의 곱은 각각 $\frac{4}{3}$, $-\frac{4}{3}$ 이다.

$$x^2+ax+b=\left(x-\frac{4}{3}\right)\left(x+\frac{4}{3}\right)=x^2-\frac{16}{9}$$

$$\therefore a=0, b=-\frac{16}{9}$$

$$\therefore a+b=-\frac{16}{9}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 5$

$$\begin{aligned}\alpha - \beta &= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \\ &= \sqrt{5^2 - 4 \times 5} \\ &= \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $x = 5 - 3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 10 &= 0 \\ (x - 2)(x - 5) &= 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5 \\ a = 7, b = 10 \\ x^2 - 10x + 7 &= 0 \\ x^2 - 10x + 25 &= 18 \\ (x - 5)^2 &= 18 \\ \therefore x = 5 \pm 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

11. $a, b = (a-b)^2$ 일 때, $2x, -1 > - < x, 2 >$ 를 인수분해하면?

① $(3x+2)(x+2)$

② $(3x-1)(x+3)$

③ $2(3x-1)(x-3)$

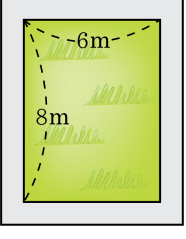
④ $3(2x-2)(x+1)$

⑤ $-(3x-1)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3)\end{aligned}$$

12. 가로, 세로의 길이가 6 m, 8 m 인 직사각형 모양의 공원에서 둘레 밖으로 너비가 일정한 길을 만들었더니 길의 넓이가 32 m^2 가 되었다. 길의 너비는 몇 m 인지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 1 m

해설

길의 너비를 x m 라 하면
 $(6 + 2x)(8 + 2x) - 48 = 32$
 $4x^2 + 28x - 32 = 0$
 $x^2 + 7x - 8 = 0$
 $(x + 8)(x - 1) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -8$
 $x > 0$ 이므로 $x = 1$ 이다.

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)
- ① x 축에 대하여 대칭이다
 - ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
 - ③ y 의 값의 범위가 $y \leq 0$ 이다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 - ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

해설

- ① y 축에 대해 대칭이다.
- ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
- ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \leq 0$
- ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

14. 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(-4, 5)$ 를 지났다. b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{5}$

해설

$y = \frac{1}{5}x^2 + b$ 에 $(-4, 5)$ 를 대입하면

$$5 = \frac{1}{5} \times (-4)^2 + b$$

$$\therefore b = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$$

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 (2, 0) 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

16. 이차함수 $y = -(x+3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 꼭짓점이 $(-3, -1)$ 이 된다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ 0

해설

이차함수의 꼭짓점 $(-3, -5)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동한 점은 $(-3+m, -5+n) = (-3, -1)$ 이다.
 $-3+m = -3$, $-5+n = -1$ 이므로 $m = 0$, $n = 4$ 이다.
따라서 $m+n = 4$ 이다.

17. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -3(x+1)^2 + 1$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = 2x^2 - 1$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{1}{4}(x+1)^2$

$\textcircled{\text{㉣}} \ y = \frac{1}{3}x^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

- ① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉡이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠,㉡이다.
- ④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢,㉣이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉡,㉣ 이다.

18. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a - 1)$ 을 지나므로 $y = 4(x - a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

19. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 2k - 5$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{1}{2}$

해설

$$y = -x^2 + 6x + 2k - 5 = -(x - 3)^2 + 2k + 4$$

꼭짓점 $(3, 2k + 4)$ 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $2k + 4 = 5$,

$$2k = 1$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

20. 이차함수 $y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

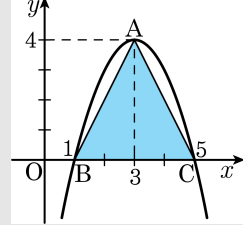
해설

$y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

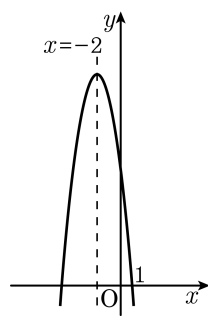
$$\begin{aligned}y &= -(x-3)^2 + 4 \\&= -(x^2 - 6x + 9) + 4 \\&= -(x^2 - 6x + 5) \\&= -(x-1)(x-5)\end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$$\therefore \triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



21. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -8$

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$y = -2(x + 2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면

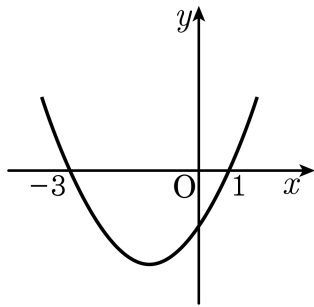
$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$\therefore q = 18$

$y = -2(x + 2)^2 + 18$
 $= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$
 $= -2x^2 - 8x + 10$

$\therefore m = -8, n = 10$

22. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

23. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

24. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.

$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

25. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.