

1. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

2. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}[2x^2 + x]_1^a &= 0 \\ (2a^2 + a) - (2 + 1) &= 0 \\ 2a^2 + a - 3 &= 0 \\ (a - 1)(2a + 3) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 양수 a 의 값은 1 이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

① -8

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로 $24 - m = 16$

$$\therefore m = 8$$

4. 이차방정식 $(3x - 2)^2 = 5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$(3x - 2)^2 = 5$$

$$3x - 2 = \pm \sqrt{5}$$

$$3x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{4}{3}$ 이다.

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

6. 무리수 x 의 소수 부분을 y 라 하자. 이 때, $x^2 + y^2 = 33$ 을 만족하는 무리수 x 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$x^2 + y^2 = 33 \text{ 에서 } y^2 = 33 - x^2$$

$$0 \leq y < 1 \text{ 이므로 } 0 \leq y^2 < 1 \text{ 에서}$$

$$0 \leq 33 - x^2 < 1$$

$$\therefore 32 < x^2 \leq 33$$

$$5^2 < 32 < x^2 \leq 33 < 6^2$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이다.

$$\therefore x = 5 + y$$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33 \text{ 이므로 } x^2 - 5x - 4 = 0 \text{ 이다.}$$

$\therefore x$ 의 합은 근과 계수의 관계에 의해 5이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2^2 + 4}{-2} = -4\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ 10

④ 16

⑤ 26

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -2, 두 근의 곱은 -8
따라서 -2, -8 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이다.

두 근의 합 $-a = -10$, 두 근의 곱 $b = 16$

$a = 10, b = 16 \therefore a + b = 26$

9. 지면에서 10m/s 의 속도로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이 h 가 된다. 이때, $h = 5(5t - t^2)$ 이라면 공이 10m 이상의 높이에서 머무르는 시간은 몇 초인지 구하여라.



답:

초



정답: $\sqrt{17}$ 초

해설

공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$$10 = 5(5t - t^2)$$

$$t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\therefore t = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $\frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ 초 후에 공이 10m 를 지나 올라갔다가 $\frac{5 + \sqrt{17}}{2}$

초 후에 높이 10m 를 지나 떨어지므로 공이 10m 이상의 높이에

서 머무는 시간은 $\frac{5 + \sqrt{17}}{2} - \frac{5 - \sqrt{17}}{2} = \sqrt{17}$ (초) 동안이다.

10. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

두 양의 정수를 x , $x - 4$ 라 하면

$$x(x - 4) = 117$$

$$x^2 - 4x - 117 = 0$$

$$(x - 13)(x + 9) = 0$$

$$\therefore x = 13 \quad (\because x > 4)$$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

11. 들어 있는 구슬의 개수의 차이가 6개 인 상자가 2개 있다. 상자에 들어 있는 구슬의 곱이 72 일 때, 구슬이 더 많이 들어 있는 상자 안의 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

두 상자에 들어있는 구슬의 수를 x , $x - 6$ 라 하면

$$x(x - 6) = 72$$

$$(x - 12)(x + 6) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (개)}$$

12. 지상에서 10m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $h = (10 - 2x^2 + 20x)$ m 라고 할 때, 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$h = 10 - 2x^2 + 20x$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 10m가 될 때이다.

$$10 = 10 - 2x^2 + 20x, \quad x^2 - 10x = 0, \quad x(x - 10) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$

13. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$

② $b \neq 0$

③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$

⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

14. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

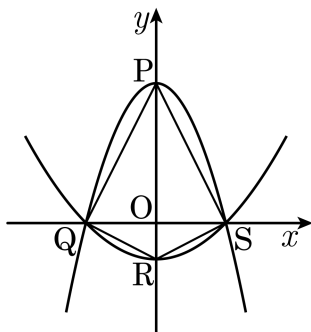
④ $y = 2x^2$

⑤ $y = -3x^2 + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.

15. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

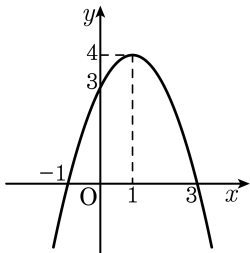
$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

16. 다음 그림은 이차함수의 그래프이다. 이 포물선의 방정식은 어느 것인가?



① $y = -x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x + 2$

④ $y = -2x^2 + 3$

⑤ $y = -3x^2 + 2x - 1$

해설

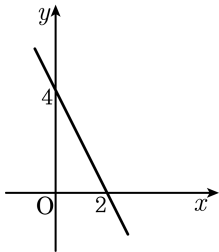
꼭짓점의 좌표가 (1, 4) 이므로

$y = a(x - 1)^2 + 4$ 이고, 점 (0, 3) 을 지나므로

$$3 = a(0 - 1)^2 + 4 \quad \therefore a = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -(x - 1)^2 + 4 \\ &= -x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$
⑤ $(2, 7)$

해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

18. 다음 중 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 원점

해설

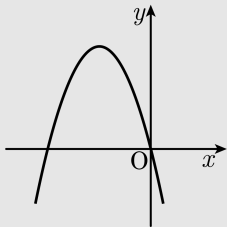
$$y = -x^2 - 4x$$

$$y = -(x+2)^2 + 4$$

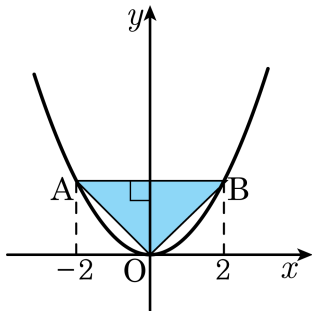
꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.

따라서 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 1 사분면을 지나지 않는다.



19. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

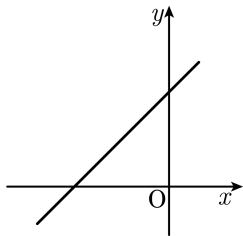
$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

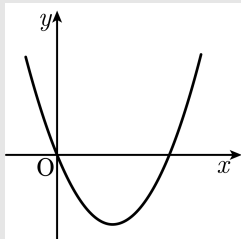
20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



21. $2x + y = a + 2$, $x + 2y = 8(a + 2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2x + y = a + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 8(a + 2) \cdots \textcircled{2}$$

$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면

$$3x = -6a - 12, \quad x = -2a - 4$$

$x = -2a - 4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 5a + 10$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a + 2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ 최솟값 0

22. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$

$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

23. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

24. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

▷ 정답 : 12cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24 - x)$ cm 라 하면

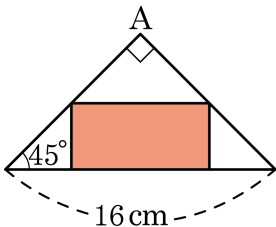
$$\begin{aligned}y &= x(24 - x) \\&= -x^2 + 24x \\&= -(x - 12)^2 + 144\end{aligned}$$

$x = 12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$$\therefore x = 12, 24 - x = 12$$

따라서 가로의 길이는 12 cm, 세로의 길이도 12 cm

25. 빗변의 길이가 16cm 인 직각이등변삼각형에 그림과 같이 직사각형을 그려 넣을 때, 그 넓이의 최댓값은?



① 16cm^2

② 20cm^2

③ 24cm^2

④ 28cm^2

⑤ 32cm^2

해설

세로의 길이를 x , 넓이를 y 라 하면

$$y = (16 - 2x)x = 2(-x^2 + 8x)$$

$$= -2(x^2 - 8x + 16 - 16)$$

$$= -2(x - 4)^2 + 32$$

$x = 4$ 일 때 최댓값 32