

1. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{196}{3}$ ㉡ $\frac{197}{3}$ ㉢ 66 ㉣ $\frac{199}{3}$ ㉤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

2. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

3. 이차방정식 $x^2+x-20=0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $(2a+b)^2-(a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2+x-20=0, (x+5)(x-4)=0$$

$$x=-5 \text{ 또는 } x=4$$

$$a=4, b=-5$$

$$\begin{aligned}\therefore (2a+b)^2-(a+b)^2 &= (2 \times 4 - 5)^2 - (4 - 5)^2 \\ &= 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 1, -11 \text{ 이므로}$$

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\quad - 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

5. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$

㉡ $3x^2 - 12 = 0$

㉢ $(x - 3)^2 = 4$

㉣ $2(x + 1)^2 = 6$

㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$

㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$

㉢ $(x - 3)^2 = 4, x - 3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$

㉣ $2(x + 1)^2 = 6, (x + 1)^2 = 3, x + 1 = \pm \sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$

㉤ $3(x - 1)^2 = 0, x = 1$

6. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

7. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 의 두 근일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$D = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = 3 \text{ 또는 } k = -1$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore ab = 6$$

8. 1 보다 큰 자연수 a, b 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - a^2bx + 744 = 0$ 의 한 근이 2^a 이고 나머지 한 근은 두 자리의 소수일 때, a, b 를 두 근으로 가지고, 이차항의 계수가 1 인 x 에 관한 이차방정식의 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = ab$$

$$\alpha\beta = \frac{744}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{744}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 31}{a} \text{ 에서 두 근 중 한 근은 두 자리의 소수}$$

이므로 31 이고

나머지 한 근은 2^a 이므로

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore b = 13$$

따라서 구하고자 하는 이차방정식은 $x^2 - 16x + 39 = 0$ 이므로 계수의 합은 $1 - 16 + 39 = 24$ 이다.

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

10. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1 클 때, 이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{1}$

두 근의 곱 $a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ 를 풀면 $a = 4, -5$

$a = 4, -5$ 를 각각 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$a = 4$ 일 때, $m = -10$

$a = -5$ 일 때, $m = 8$

$\therefore (-10) + 8 = -2$

11. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10 이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

- ① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

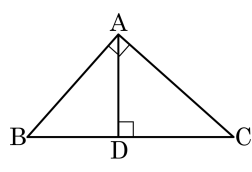
해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10 미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10 미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=10 \cdots \textcircled{1} \\ 4q=p+r \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q=2$
 $100p+20+r=100r+20+p+198$
 $p-r=2 \cdots \textcircled{3}$
 $q=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $p+r=8 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{4}$ 에서 $p=5, r=3$
따라서 구하는 수는 325 이다.

12. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이다. 선분 AD의 길이는 6cm, 선분 BD의 길이는 4cm 이고, 선분 AB의 길이와 선분 DC의 길이는 같다고 한다. 선분 AC의 길이가 선분 DC의 길이보다 1cm 더 길 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 8cm

해설

$$\overline{AB} = \overline{DC} = x \text{ cm} \text{ 라고 하면 } \overline{AC} = x + 1$$

$$\frac{1}{2}x(x+1) = \frac{1}{2} \times 6(x+4)$$

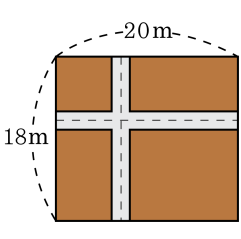
$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x - 8)(x + 3) = 0$$

$$x = 8 \quad (\because x > 0)$$

13. 가로, 세로가 각각 20 m, 18 m 인 땅에 폭이 일정한 십자형의 도로를 만들려고 한다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 288 m²이면 도로의 폭은 얼마인가?



- ① 1 m ② 2 m ③ 3 m ④ 4 m ⑤ 5 m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면
 $(20 - x)(18 - x) = 288$
 $x^2 - 38x + 72 = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 36$
 $0 < x < 18$ 이므로 $x = 2$

14. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

16. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = -3(x - 3)^2$ 이고, 점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -3(2 - 3)^2$$

$$\therefore a = -3$$

17. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -32 ② -16 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -2(x+3)^2 = -2x^2 - 12x - 18$$

$$\therefore a = -2, b = -12, c = -18$$

$$\therefore a + b + c = -32$$

18. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = -3$ 을 축으로 하는 것은?

① $y = x^2 - 3$

② $y = (x - 3)^2 + 1$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 1$

⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

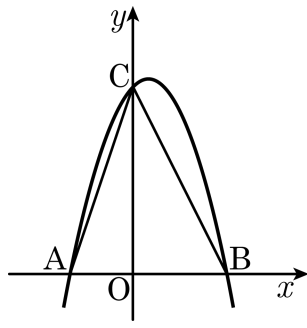
$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$

각각에서 축의 방정식을 구해 보면

① $x = 0$ ② $x = 3$ ③ $x = 0$

④ $x = -3$ ⑤ $x = 0$

19. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

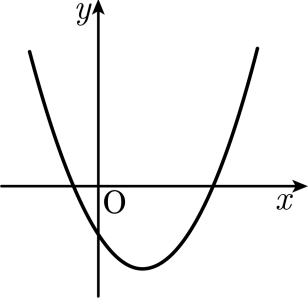
20. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- $y = -(x - 3)^2 + 1$
① 축의 방정식 $x = 3$
② $y \leq 1$
③ 꼭짓점 $(3, 1)$
⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

22. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠

꼭짓점이 x 축 위에 있다.
- ㉡

축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ㉢

점 $(6, -2)$ 를 지난다.

- ①

$y = -2(x - 4)^2$
- ②

$y = 2(x - 4)^2$
- ③

$y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$
- ④

$y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$
- ⑤

$y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가질 때, q 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (p+2)^2 - 2p + 3q$$

$$= p^2 + 4p + 4 - 2p + 3q = 0$$

$$\therefore q = -\frac{1}{3}p^2 - \frac{2}{3}p - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}(p+1)^2 - 1$$

따라서 $p = -1$ 일 때, q 는 최댓값 -1 을 갖는다.

24. $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$, $2p - q \leq 3$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = -x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$y = -x^2 + px + q = -\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + q + \frac{p^2}{4}$$

이때, $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$ 이고 $0 \leq x \leq 1$ 이므로

최댓값 M 은 $x = \frac{p}{2}$ 일 때이다.

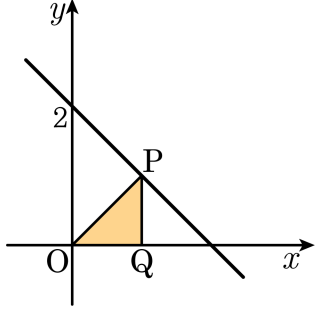
$$\therefore M = q + \frac{p^2}{4}$$

또한 $2p - q \leq 3$ 에서 $q \geq 2p - 3$

$$\therefore M \geq \frac{p^2}{4} + 2p - 3 = \frac{1}{4}(p + 4)^2 - 7$$

따라서 M 의 최솟값은 -7 이다.

25. 다음 그림과 같이 직선 $y = -x + 2$ 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

점 P의 좌표는 $(a, -a + 2)$ 라 하고,
 $\triangle POQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}a(-a + 2) \\ y &= -\frac{1}{2}a^2 + a = -\frac{1}{2}(a^2 - 2a) \\ &= -\frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{1}{2}(a - 1)^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.