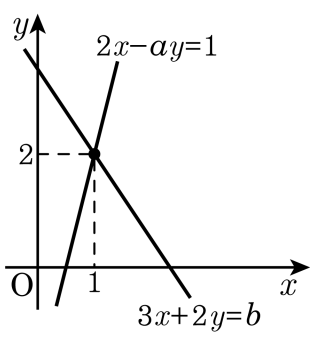
1. 자연수 x, y 에 대하여 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ 의 해를 $(a,\ b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x-2y=0$ 을 만족하는 순서쌍은 $(2,\ 1), (4,\ 2), (6,\ 3), \cdots$
$2x+y=5$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1,\ 3)$, $(2,\ 1)$ 이므로 두 식을 동시에 만족하는 순서쌍은 $(2,\ 1)$ 이다.
$a=2$, $b=1$
$\therefore a+b=2+1=3$

2. $x,\ y$ 에 대한 두 일차방정식 $2x-ay=1,\ 3x+2y=b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x-ay=1 \\ 3x+2y=b \end{cases}$ 의 해가 $(1,\ 2)$ 이므로,

각 방정식에 $x=1,\ y=2$ 를 대입하면 $\begin{cases} 2-2a=1 \\ 3+4=b \end{cases}$ 이다.

$a=\frac{1}{2},\ b=7$ 이므로, $a+b=\frac{15}{2}$ 이다.

3. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 5x+4y=-2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{10}{13}$

▷ 정답 : $y=-\frac{19}{13}$

해설

$2x-y=3$ 에 4 를 곱하면

$8x-4y=12 \cdots$ ㉠

$5x+4y=-2 \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡하면

$13x=10$

$\therefore\ x=\frac{10}{13}$

$2\times\frac{10}{13}-y=3$

$\therefore\ y=\frac{20}{13}-3=-\frac{19}{13}$

4. 연립방정식 $\begin{cases} 4x-y=10k \\ 6x-y=-10 \end{cases}$ 의 해를 구하였더니 x 의 값은 y 의 값에 10 을 더한 것의 $\frac{1}{2}$ 이었다. 이때, k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

연립방정식 $\begin{cases} 6x-y=-10 \\ x=\frac{1}{2}(y+10) \end{cases}$ 을 연립하면 $x=-5,\ y=-20$

$x=-5,\ y=-20$을 $4x-y=10k$ 에 대입하면 $-20+20=10k$

$\therefore\ k=0$

5. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x+y=9 \\ x-2y=a \end{cases} \qquad \begin{cases} x=6y-2 \\ bx+2y=14 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=6$

해설

$x=6y-2$ 를 $2x+y=9$ 에 대입하여 풀면 $y=1$, $x=4$ 가 나온다.
나머지 두식에 대입하면
$4-2=a \qquad \therefore\ a=2$
$4b+2=14 \qquad \therefore\ b=3$
따라서 $ab=6$ 이다.

6. 연립방정식 $-\frac{1}{5}=\frac{x+3y}{5}=0.3x-0.2y-1$ 의 해는?

① $x=-3,\ y=-2$　② $x=2,\ y=-1$

③ $x=4,\ y=-2$　④ $x=-2,\ y=-1$

⑤ $x=3,\ y=1$

해설

$-2=2x+6y=3x-2y-10$ 이므로
$-2=2x+6y \rightarrow x+3y=-1 \ \cdots(1)$
$-2=3x-2y-10 \rightarrow 3x-2y=8 \ \cdots(2)$
$(1)\times 3-(2)$ 하면
$11y=-11$
$y=-1$
$y=-1$ 을 (1) 에 대입하면
$x=2$
$\therefore\ x=2,\ y=-1$

7. 다음 연립방정식의 해는?

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+4y=6 \end{cases}$$

① $x=-1,\ y=2$　② $x=3,\ y=2$

③ $x=2,\ y=1$　④ 해가 무수히 많다.

⑤ 해가 없다.

해설

첫 번째 식에서 $x = 3 - 2y$ 를 구할 수 있고, 이 식을 두 번째 식에 대입하면, $0 \cdot y = 0$ 이 되므로 해는 무수히 많다.$x+2y=3$ 의 양변에 2를 곱하면 $2x+4y=6$이 되어 두 식이 똑같아진다. 따라서 $x+2y=3$을 만족하는 모든 $(x,\ y)$가 연립방정식의 해가 되므로 해는 무수히 많다.

8. 어떤 물탱크에 A, B 두 개의 수도관을 이용하여 물을 가득 채우려고 한다. 50 분은 두 개의 관을 모두 사용하고 나머지는 A 관만을 이용하여 물을 채우면 총 120 분이 걸리고, 70 분은 두 개의 관을 모두 사용하고 나머지는 B 관만을 이용하여 물을 채우면 총 150 분이 걸린다. 만일, A 관만으로 물을 가득 채우려고 한다면 몇 분 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 145 분

해설

A 관만으로 채우는 데 걸리는 시간을 x 분, B 관만으로 채우는데 걸리는 시간을 y 분, 물탱크의 양을 1 이라 하면 1 분에 A 관, B 관으로 채우는 양은 각각 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ 이므로

$50\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{70}{x}=1$

$70\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{80}{y}=1$

$\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$ 라 하면

$120X+50Y=1 \quad \cdots ①$

$70X+150Y=1 \quad \cdots ②$

①, ②를 연립하여 풀면

$X=\frac{1}{145}$, $Y=\frac{1}{290}$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{145}$

$\therefore x=145$ (분)

9. $-2 < x < 3$ 일 때, $A = -3x - 2$ 이다. A 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-11 < A < 4$

해설

$-2 < x < 3$ 의
각각의 변에 -3 을 곱하면 $-9 < -3x < 6$
각각의 변에 -2 를 더하면 $-11 < -3x - 2 < 4$ 이다.
따라서 A 의 범위는 $-11 < A < 4$ 이다.

10. 부등식 $2x < 6x - 3$ 이 참이 되게 하는 가장 작은 정수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x < 6x - 3$

$-4x < -3$

$\therefore\ x > \frac{3}{4}$

따라서 만족하는 가장 작은 정수는 1 이다.

11. 일차부등식 $\frac{x+5}{2}-\frac{2x-1}{3}>\frac{3}{4}x+1$을 만족하는 자연수 중 소수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0개

해설

$\frac{x+5}{2}-\frac{2x-1}{3}>\frac{3}{4}x+1$의 양변에 12를 곱하면

$6(x+5)-4(2x-1)>9x+12$

$6x+30-8x+4>9x+12$

$-11x>-22$

$x<2$

따라서 만족하는 자연수 중 소수의 개수는 0개이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 4(2-x) \le 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \le 5 \end{cases}$ 를 풀어라.

① $\frac{3}{4} < x \le 4$　② $1 < x \le 4$　③ $\frac{3}{4} \le x < 1$
④ $\frac{3}{4} \le x < 4$　⑤ $1 \le x < 4$

해설

$\begin{cases} 4(2-x) \le 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \le 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge \frac{3}{4} \\ x > 1 \\ x \le 4 \end{cases}$

$\therefore\ 1 < x \le 4$

13. $x+y=13$ 일 때, $5x-9<2x+3y<2y+9$ 를 만족하는 x의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

주어진 부등식 $5x-9<2x+3y<2y+9$ 에 $y=13-x$ 를 대입하면,

$5x-9<2x+3(13-x)<2(13-x)+9$

$5x-9<-x+39<-2x+35$

둘로 나누어 풀면,

$5x-9<-x+39$

$6x<48$

$\therefore\ x<8$

$-x+39<-2x+35$

$\therefore\ x<-4$

따라서 해가 $x<-4$이므로 x의 값 중 가장 큰 정수는 -5이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-(5x+11)>-17 \\ 3(2-x)\le a \end{cases}$ 의 해가 $-1\le x<2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 9 ② 6 ③ 4 ④ -3 ⑤ -9

해설

(i) $2x-(5x+11)>-17,\ x<2$

(ii) $3(2-x)\le a,\ x\ge \dfrac{6-a}{3}$

따라서 $\dfrac{6-a}{3}\le x<2$ 이므로

$-1\le x<2$ 에서 $\dfrac{6-a}{3}=-1$

$\therefore\ a=9$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 8$ ② $a < 4$ ③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$

④ $4 \leq a < 8$ ⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$1-3x \geq -5,\ 2 \geq x$

$4x-a > 2(x-2),\quad x > \frac{a-4}{2}$

해가 없으므로 $\frac{a-4}{2} \geq 2,\quad a \geq 8$

16. A 지점에서 3000m 떨어진 B 지점까지 갈 때, 처음에는 1 분에 100m 의 속력으로 뛰어가다가 나중에는 1 분에 50m 의 속력으로 걸어서 30 분 이내에 도착하려고 한다. 뛰어간 거리에 해당되는 것을 모두 고르면?

① 900m ② 1000m ③ 2000m

④ 3000m ⑤ 3500m

해설

뛰어간 거리를 x m 라고 하면
걸어간 거리는 $(3000-x)$ m 라 쓸 수 있다.

$\left(\frac{\text{거리}}{\text{속력}}\right)$ = (시간) 이므로 식을 세우면

$\frac{x}{100}+\frac{3000-x}{50} \le 30$ 이라 쓸 수 있다.

(뛰어간 시간 + 걸어간 시간 ≤ 30분)
양변에 100 을 곱해 정리하면
$x+2(3000-x) \le 3000$
$\therefore x \ge 3000$
∴ 뛰어간 거리 : 3000m 이상

17. 한결이가 8km 떨어진 외삼촌댁에 심부름을 다녀오는 데 1시간 이내에 돌아와야 한다고 할 때, 최소 시속 몇 km로 가야 하는지 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : 16 km

해설

시속을 x라 하면 왕복이므로 이동 거리는 16km이므로 $\frac{16}{x} \leq 1$ 이다.

$\therefore\ x \geq 16\ (\mathrm{km})$

18. 5% 의 소금물 300 g 에 소금을 넣어서 농도가 10% 이상의 소금물을 만들려고 한다. 이 때, 소금은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

① $\frac{20}{3}$ g ② $\frac{40}{3}$ g ③ $\frac{50}{3}$ g ④ $\frac{70}{3}$ g ⑤ $\frac{80}{3}$ g

해설

넣어야 할 소금의 양을 x g 이라 하면

$\frac{5}{100} \times 300 + x \geq \frac{10}{100}(300 + x)$

양변에 100 을 곱하면

$1500 + 100x \geq 3000 + 10x$

$90x \geq 1500$

$\therefore\ x \geq \frac{50}{3}$

19. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

20. 두 개의 일차함수 $y = ax + 1$(단, $a > 0$), $y = -2x + b$가 있다.
이 두 함수의 x의 범위가 $-1 \le x \le 2$이고 함숫값의 범위는 일치한다.
이 때, $b - a$의 값을 구하여라.

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 0

해설

$y = ax + 1$(단, $a > 0$), $y = -2x + b$가 있다.
이 두 함수의 x의 범위 $-1 \le x \le 2$에 대한 함숫값의 범위를 각각 구해보면
$-a + 1 \le y \le 2a + 1$
$-4 + b \le y \le 2 + b$
$-a + 1 = -4 + b \quad \cdots ①$
$2a + 1 = b + 2 \quad \cdots ②$
①, ②를 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 3$
$\therefore\ b - a = 3 - 2 = 1$

21. 일차함수 $y = 2x + b$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동 하였더니 일차함수 $y = ax - 2$의 그래프가 되었다. 이 때, 일차함수 $y = bx - a$의 y절편을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 7 ④ -7 ⑤ 5

해설

$y = 2x + b - 5,\ y = ax - 2$
$2x + b - 5 = ax - 2$ 이므로 $a = 2,\ b = 3$
$y = 3x - 2$이다.
따라서 y 절편은 -2이다.

22. x 절편이 $3p$, y 절편이 $-p$ 인 일차함수의 그래프가 점 $(p,\ 4)$ 를 지날 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

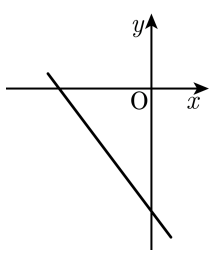
직선의 기울기는 $\dfrac{-p-0}{0-3p}=\dfrac{1}{3}$

일차함수를 $y=\dfrac{1}{3}x-p$ 로 놓으면 이 그래프는 점 $(p,\ 4)$ 를 지나므로

$4=\dfrac{1}{3}p-p$

$\therefore\ p=-6$

23. 일차함수 $y = -\frac{b}{a}x + \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = acx - ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 모든 사분면을 다 지난다.

해설

$-\frac{b}{a} < 0, \frac{c}{b} < 0$ 이므로 $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$ 또는 $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$ 이다.
따라서, $ac < 0, -ab < 0$ 이므로 $y = acx - ab$ 의 그래프는 기울기가 음수이고, y 절편도 음수이다.
그러므로 제 1 사분면을 지나지 않는다.

24. 두 일차함수 $y = 3x - 6,\ y = -2x + 4$의 그래프와 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

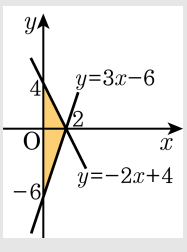
① 10 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 40

해설

$\begin{cases} y = 3x - 6 \cdots ㉠ \\ y = -2x + 4 \cdots ㉡ \end{cases}$ 이라 하자.

㉠의 x절편은 2, y절편은 -6이고 ㉡의 x절편은 2, y절편은 4이다.

따라서 교점의 좌표는 $(2,\ 0)$ 이므로 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10$ 이다.



25. 직선 $y = ax + b$는 점 $(4, -3)$을 지나고, $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y축 위에서 만난다. 이 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{16}$

해설

$y = ax + b$는 $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y절편이 같으므로

$b = -\frac{1}{2}$

$y = ax - \frac{1}{2}$에 점 $(4, -3)$을 대입하면

$-3 = 4a - \frac{1}{2}$

$4a = -\frac{5}{2}$

$\therefore a = -\frac{5}{8}$

$\therefore ab = -\frac{5}{8} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16}$