1. 두 직선 $ax-2y+2=0$, $2x+by+c=0$이 점 $(2,\ 4)$에서 직교할 때, 다음 중 상수 a, b, c의 값으로 옳은 것은?

① $a=-3,\ b=3,\ c=-11$　② $a=-3,\ b=3,\ c=-12$
③ $a=3,\ b=-3,\ c=-13$　④ $a=3,\ b=3,\ c=-15$
⑤ $a=3,\ b=3,\ c=-16$

해설

(ⅰ) 두 직선이 직교하므로 기울기의 곱이 -1이다.

$\Rightarrow\ \frac{a}{2}\times\left(-\frac{2}{b}\right)=-1$

$\Rightarrow\ a=b$

(ⅱ) 두 직선이 모두 점 $(2, 4)$를 지난다.

$\Rightarrow\ 2a-8+2=0,\ \ 4+4b+c=0$

(ⅰ), (ⅱ)를 연립하면, $a=3,\ b=3,\ c=-16$

2. 두 직선 $x+y-4=0$, $2x-y+1=0$의 교점과 점 $(2,-1)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y=ax+b$이다. ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab=-28$

해설

$\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$ 을 연립하면

교점 : $(1,3) \Rightarrow$ $(1,3),(2,-1)$을 지나는 직선

$y=\dfrac{-1-3}{2-1}(x-1)+3$

$\Rightarrow$ $y=-4x+7$

$\therefore a=-4,\ b=7$

$\therefore$ $ab=-28$

3. 다음 두 직선 $y=(2a+1)x-a+2$, $y=(a+2)x+2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$(2a+1)(a+2)=-1$

$2a^2+5a+3=0$

$(2a+3)(a+1)=0$

$\therefore\ a=-1$ 또는 $-\frac{3}{2}$

4. 두 점 $A(-2,\ -1)$, $B(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\frac{3-(-1)}{4-(-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

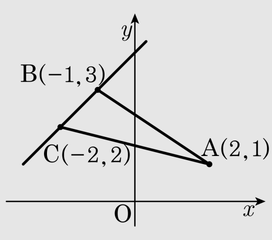
따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

5. 두 점 A(2, 1), B(−1, 3)을 연결한 선분 AB 와 직선 $l : y = k(x+2)+2$ 가 공유점을 가질 k 의 범위는 $\alpha \le k \le \beta$ 이다. 이 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2)+2$, $k(x+2)+2-y=0$ 은
k 에 관계없이 $x+2=0$, $2-y=0$ 의 교점
즉, $(-2, 2)$ 를 지난다.
이 점을 C 라 하면 선분 AB 와 직선 l
이
만나려면 그림에서 l 의 기울기 k가
l_2 의 기울기보다 작거나 같아야하고,
l_3 의 기울기보다 크거나 같아야한다.



$\beta = (l_2 \text{ 의 기울기}) = \dfrac{2-3}{-2-(-1)} = 1$

$\alpha = (l_3 \text{ 의 기울기}) = \dfrac{2-1}{-2-2} = -\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ \alpha+\beta = 1 + \left(-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{3}{4}$

6. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a 의 값을 구하면?

① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=-4 & \cdots ㉡ \\ ax+y=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$

에서 ㉠, ㉡의 교점은 (1, 2) 이다.
(i) ㉢이 점(1, 2) 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$
(ii) ㉢이 ㉠과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$
(iii) ㉢이 ㉡과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$
이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은
$a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$
또는 $a=-\frac{2}{3}$ 이다.

7. 좌표평면 위의 점 P(4, 9)를 지나고 x절편과 y절편, 기울기가 모두 정수인 직선의 개수는 ?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

점 P(4, 9)를 지나는 직선의 기울기를
m이라 하면
직선의 방정식은 $y-9=m(x-4)\cdots$ ㉠
x절편 : ㉠에 $y=0$을 대입하면
$-9=m(x-4)$
$\therefore\ x=4-\dfrac{9}{m}$
y절편 : ㉠에 $x=0$을 대입하면
$y-9=-4m$
$\therefore\ y=9-4m$
따라서 x절편, y절편이 모두 정수가 되기위해서는 m의 값은 9의 약수(음수 포함)이어야 한다.
따라서 $m=1,\ 3,\ 9,\ -1,\ -3,\ -9$
$\therefore$ 직선은 6개 존재한다.