

1. 두 직선  $ax - 2y + 2 = 0$ ,  $2x + by + c = 0$ 이 점  $(2, 4)$ 에서 직교할 때, 다음 중 상수  $a, b, c$ 의 값으로 옳은 것은?

①  $a = -3, b = 3, c = -11$

②  $a = -3, b = 3, c = -12$

③  $a = 3, b = -3, c = -13$

④  $a = 3, b = 3, c = -15$

⑤  $a = 3, b = 3, c = -16$

### 해설

(i) 두 직선이 직교하므로 기울기의 곱이  $-1$ 이다.

$$\Rightarrow \frac{a}{2} \times \left(-\frac{2}{b}\right) = -1$$

$$\Rightarrow a = b$$

(ii) 두 직선이 모두 점  $(2, 4)$ 를 지난다.

$$\Rightarrow 2a - 8 + 2 = 0, \quad 4 + 4b + c = 0$$

(i), (ii)를 연립하면,  $a = 3, b = 3, c = -16$

2. 두 직선  $x + y - 4 = 0$ ,  $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점  $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면  $y = ax + b$ 이다.  $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{을 연립하면}$$

교점 :  $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

3. 다음 두 직선  $y = (2a + 1)x - a + 2$ ,  $y = (a + 2)x + 2$  가 서로 수직일 때,  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

▷ 정답:  $-\frac{3}{2}$  또는  $-1.5$

해설

$$(2a + 1)(a + 2) = -1$$

$$2a^2 + 5a + 3 = 0$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } -\frac{3}{2}$$

4. 두 점  $A(-2, -1)$ ,  $B(4, 3)$  에 대하여 선분  $AB$  의 수직이등분선의 방정식을  $y = ax + b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

### 해설

선분  $AB$ 의 중점의 좌표는  $(1, 1)$

$$\text{선분 } AB \text{의 기울기는 } \frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

따라서, 선분  $AB$ 의 수직이등분선은 점  $(1, 1)$ 을 지나고, 기울기가  $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

$$\text{구하는 직선의 방정식은 } y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$$

$$\text{즉, } y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$\text{따라서, } a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$$

5. 두 점 A(2, 1), B(-1, 3)을 연결한 선분 AB와 직선  $l: y = k(x+2) + 2$ 가 공유점을 가질  $k$ 의 범위는  $\alpha \leq k \leq \beta$ 이다. 이 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

①  $\frac{3}{4}$

② 1

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{3}{2}$

⑤  $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2) + 2$ ,  $k(x+2) + 2 - y = 0$ 은  
 $k$ 에 관계없이  $x+2=0$ ,  $2-y=0$ 의 교점  
 즉,  $(-2, 2)$ 를 지난다.

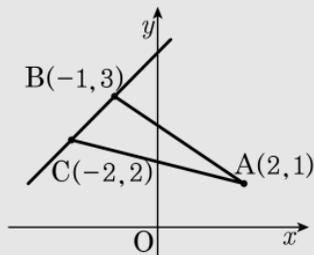
이 점을 C라 하면 선분 AB와 직선  $l$   
 이

만나려면 그림에서  $l$ 의 기울기  $k$ 가  
 $l_2$ 의 기울기보다 작거나 같아야하고,  
 $l_3$ 의 기울기보다 크거나 같아야한다.

$$\beta = (l_2 \text{의 기울기}) = \frac{2-3}{-2-(-1)} = 1$$

$$\alpha = (l_3 \text{의 기울기}) = \frac{2-1}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$



6. 세 직선  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \\ ax + y = 0 \end{cases}$  이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수  $a$

의 값을 구하면?

- ①  $a = 2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ②  $a = 2$  또는  $a = -\frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ③  $a = 2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = \frac{2}{3}$   
 ④  $a = -2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = -\frac{2}{3}$   
 ⑤  $a = -2$  또는  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x - 3y = -4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax + y = 0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 의 교점은  $(1, 2)$  이다.

(i)  $\textcircled{C}$ 이 점  $(1, 2)$  를 지날 때,  $a + 2 = 0$  에서  $a = -2$

(ii)  $\textcircled{C}$ 이  $\textcircled{A}$ 과 평행할 때,  $a = \frac{1}{2}$

(iii)  $\textcircled{C}$ 이  $\textcircled{B}$ 과 평행할 때,  $a = -\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수  $a$  의 값은

$$a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

또는  $a = -\frac{2}{3}$  이다.

7. 좌표평면 위의 점 P(4, 9)를 지나고  $x$ 절편과  $y$ 절편, 기울기가 모두 정수인 직선의 개수는 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 9

### 해설

점 P(4, 9)를 지나는 직선의 기울기를  $m$ 이라 하면

직선의 방정식은  $y - 9 = m(x - 4) \cdots \text{㉠}$

$x$ 절편 : ㉠에  $y = 0$ 을 대입하면

$$-9 = m(x - 4)$$

$$\therefore x = 4 - \frac{9}{m}$$

$y$ 절편 : ㉠에  $x = 0$ 을 대입하면

$$y - 9 = -4m$$

$$\therefore y = 9 - 4m$$

따라서  $x$ 절편,  $y$ 절편이 모두 정수가 되기 위해서는  $m$ 의 값은 9의 약수(음수 포함)이어야 한다.

따라서  $m = 1, 3, 9, -1, -3, -9$

$\therefore$  직선은 6개 존재한다.