

1. x 가 $x-5 \leq -2(x-2)$ 인 자연수일 때, 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $x=3$

해설

$$x-5 \leq -2(x-2) \quad \therefore x \leq 3$$

x 는 1, 2, 3이다.

$$x=1 \text{ 일 때, } 1^2-4 \cdot 1+3=0$$

$$x=2 \text{ 일 때, } 2^2-4 \cdot 2+3 \neq 0$$

$$x=3 \text{ 일 때, } 3^2-4 \cdot 3+3=0$$

따라서 구하는 해는 $x=1$ 또는 $x=3$ 이다.

2. $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 는 4이다.

따라서 4가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x-4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

3. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 한 근이 -3 이고 다른 한 근은 $3x^2 - 11x + b = 0$ 의 근 일 때, ab 의 값은?

① -92 ② -12 ③ -4 ④ 4 ⑤ 92

해설

$$x^2 - ax - 12 = 0 \text{ 에 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9 + 3a - 12 = 0, a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

다른 한 근은 $x = 4$

$$3x^2 - 11x + b = 0 \text{ 에 } x = 4 \text{ 를 대입하면 } 48 - 44 + b = 0, b = -4$$

$$\therefore ab = 1 \times (-4) = -4$$

4. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

5. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$, $ak^2 + bk = -3$

$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$

6. 이차방정식 $(3x-1)(x+2)=0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$ ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x-1=0 \text{ 또는 } x+2=0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

7. 이차방정식 $(x+3)^2 = 4x+9$ 를 인수분해를 이용하여 풀면?

① $x = 0$ 또는 $x = 3$

② $x = 0$ 또는 $x = -3$

③ $x = 0$ 또는 $x = -2$

④ $x = 0$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = -3$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + 2x = 0$

$$x(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -2$$

8. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

9. 이차방정식 $x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 의 해가 a , -2 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } x = -2 \text{ 를 대입하면 } p = -3$$

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } p = -3 \text{ 을 대입하면}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore p + a = -3 + 5 = 2$$

10. $f(x) = x(x - 5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}x(x - 5) + 4 &= 0 \\x^2 - 5x + 4 &= 0 \\(x - 1)(x - 4) &= 0 \\\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4\end{aligned}$$

11. 두 방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2 - 6x + p = 0$ 을 동시에 만족하는 해가 있을 때, $-p$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1) $x = -2$ 가 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2) $x = 6$ 이 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서 $p \neq 0$ 이므로 $-p = -(-16) = 16$ 이다.

12. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

13. 이차방정식 $4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 9$

해설

$4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 8 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 8) = 0 ,$$

$$1 - m + 8 = 0$$

$$\therefore m = 9$$

14. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서 $k = 5$ 또는 $k = -1$ 이다.

15. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

- ① -12 ② -9 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x+2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore a = 12$$

16. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} 2(x+1)^2 &= 10 \\ (x+1)^2 &= 5 \\ x+1 &= \pm\sqrt{5} \\ x &= -1 \pm \sqrt{5} \\ \therefore (-1+\sqrt{5}) + (-1-\sqrt{5}) &= -2 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

18. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

- ① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$
- ② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$
- ③ $(x - 7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$
- ④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$
- ⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

- ① $3(x + 1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$
- ② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$
- ③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.
- ⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

19. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$
- ② $\frac{b}{2a}$
- ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
- ④ $-\frac{b}{2a}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ ③이 잘못되었다.

20. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

21. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

22. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

23. $2x^2+4x+k=0$ 이 증근을 가질 때, 이차방정식 $(k-1)x^2+3x+k=0$ 의 근으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① -2
- ② -1
- ③ 2
- ④ 1
- ⑤ 3

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

24. 이차방정식 $x^2 - (k + 1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k + 1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

25. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{a}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$$

$$\therefore a = 6$$

26. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

해설

두 근의 곱 -2 가 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근이므로, x 에 -2 를 대입하면, $(-2)^2 - 5(-2) + k = 0$
 $\therefore k = -14$

27. $2x^2 - ax + b = 0$ 의 해가 $2\sqrt{3} + 1$ 일 때, 다른 해를 $x = k$ 라 하자.
이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

근과 계수의 관계에서 $k = -2\sqrt{3} + 1$

$$\frac{a}{2} = (-2\sqrt{3} + 1) + (2\sqrt{3} + 1) = 2, a = 4$$

$$\frac{b}{2} = (-2\sqrt{3} + 1) \times (2\sqrt{3} + 1) = -11, b = -22$$

$$\therefore a + b = -18$$

28. 이차방정식 $2x^2 + 4x + 3k = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 3$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

한 근을 α 라 하면, 다른 한 근은 3α 이므로

$$3\alpha + \alpha = -2, \alpha = -\frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 3\alpha \times \alpha = \frac{3}{4} = \frac{3k}{2} \text{ 이므로}$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

29. 이차방정식 $x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 5α 라고 하면 $2\alpha + 5\alpha = 14$,
 $7\alpha = 14$, $\alpha = 2$,
따라서 두 근은 4, 10 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 40$ 이다.

30. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
 $(x + 4)^2 = 4(x + 2) + 29$
 $x^2 + 4x - 21 = 0$
 $(x - 3)(x + 7) = 0$
 x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

31. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = (-5) \times (-1) = 5$, $-a = 2 + 4 = 6$
따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

32. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

33. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

34. 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선이 14 개인 다각형은?

① 사각형

② 오각형

③ 육각형

④ 칠각형

⑤ 팔각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14$$

$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$(n-7)(n+4) = 0$$

$$\therefore n = 7 (\because n > 0)$$

35. 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$ (m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2초

해설

x 초 후에 높이가 30 cm 되었다면

$$10 + 20x - 5x^2 = 30$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

36. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

어떤 수를 x 라 하면

$$x^2 = 2x + 48$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 8$$

x 는 자연수이므로 $x = 8$ 이다.

37. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

∴ 세 자연수는 3, 4, 5

$$\text{세 자연수의 합 : } 3 + 4 + 5 = 12$$

38. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

학생 수를 x 라 하면 빵의 수는 $x-2$ 가 된다.

$$x(x-2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x-8)(x+6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서 $x = 8$ ($x > 0$) 이 된다.

39. 지상에서 20m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 30m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 성립한다. 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

$h = -5x^2 + 30x + 20$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 20 이 될 때이다.

$$20 = -5x^2 + 30x + 20 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 6$$

40. 둘레의 길이가 24 cm 이고 넓이가 32 cm² 인 직사각형이 있다. 세로의 길이보다 가로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이는?

① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하자.

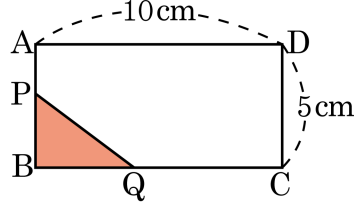
$$x(12 - x) = 32$$

$$-x^2 + 12x = 32$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 6)$$

41. 직사각형 ABCD에서 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 점 A에서 점 B까지 초속 1cm로 움직이고, 점 Q는 $\overline{BC}$ 위를 점 B에서 점 C까지 초속 2cm로 움직인다. 점 P와 Q가 동시에 출발하여 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 6cm^2 가 되는 것은 얼마 후 인가?

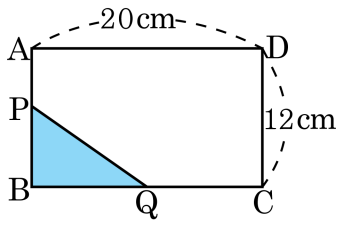


- ① 1초 후 또는 2초 후 ② 2초 후 또는 3초 후
 ③ 3초 후 또는 4초 후 ④ 4초 후 또는 5초 후
 ⑤ 5초 후 또는 6초 후

해설

x 초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이는 $\overline{AP} = x$, $\overline{BQ} = 2x$ 가 된다.
 $\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (5 - x) = 6$
 $\Rightarrow x(5 - x) = 6$
 $\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$
 $\Rightarrow x = 2$ 또는 $x = 3$

42. 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 A 를 출발하여 B 까지 초속 1cm, Q 는 B 출발하여 C 까지 초속 2cm 로 움직인다. 점 P 와 Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 가 되는지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ **답:** 초

▶ 정답 : 5초

▶ 정답 : 7초

해설

t 초 후의 $\overline{PB} = 12 - t, \overline{BQ} = 2t$

t 초 후 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 라고

하면

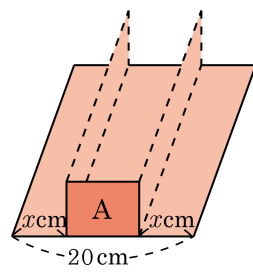
$$35 = \frac{1}{2} \times 2t \times (12 - t)$$

$$t^2 - 12t + 35 = 0$$

$$(t - 7)(t - 5) = 0$$

$t = 5$ 또는 7

43. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 48 cm^2 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$$\begin{aligned}(20 - 2x)x &= 48 \\ 2x^2 - 20x + 48 &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 \\ \therefore x &= 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 5)\end{aligned}$$

44. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

45. 이차방정식 $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a-7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

46. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

47. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

48. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

49. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, \quad pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로

$$D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0 \text{ 이다.}$$

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

50. 이차방정식 $x^2-3x+k-10=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2=15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$
 $\therefore k = 7$