1. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 없는 수를 구하여라.

$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$ 를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.
$\therefore k \neq 3$

2. 이차함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1,\ 2a^2 - 4a + 2 = 0,\ a^2 - 2a + 1 =$

$0,\ (a-1)^2 = 0$

$\therefore\ a = 1$

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2$

$\therefore\ a = 1$

4. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3,\ a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3$, $y = a$ 를 대입하면
$a = 3^2 = 9$

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 $(a+1,\ a-1)$ 을 지날 때, 모든 a 의 값의 곱은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

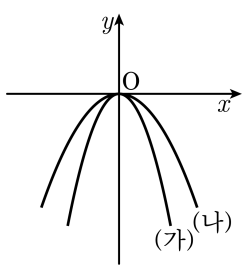
$-(a-1) = 2(a+1)^2$

$-a+1 = 2a^2+4a+2$

$2a^2+5a+1=0$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 곱은 $\frac{1}{2}$ 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 <u>않는</u> 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$ ② $y = \frac{3}{8}ax^2$
③ $y = \frac{1}{3}ax^2$ ④ $y = \frac{3}{2}ax^2$
⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

7. 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y=-\frac{1}{3}x^2$　　㉡ $y=3x^2$

㉢ $y=-3x^2$　　㉣ $y=\frac{1}{4}x^2$

① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠와 ㉢이다.

② x 축 위쪽에 나타나지 않는 그래프는 ㉡,㉣이다

③ ㉡와 ㉢의 그래프는 y 축에 대하여 서로 대칭이다.

④ 폭이 가장 좁은 그래프는 ㉠이다.

⑤ 폭이 가장 넓은 그래프는 ㉣이다.

해설

⑤ a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

8. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으면?

① $y = 2x^2$　② $y = \frac{1}{3}x^2$　③ $y = -4x^2$
④ $y = \frac{2}{3}x^2$　⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록이다.
① $y = 2x^2$ 에서 $2 > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
② $y = \frac{1}{3}x^2$ 에서 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 에서 $\frac{2}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

10. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하였더니 점 $(a,\ 6)$ 을 지난다고 한다. 이때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: −1

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 y축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 3x^2 + 3$ 이고,
점 $(a,\ 6)$ 을 지나므로 $y = 3x^2 + 3$에 대입하면

$6 = 3 \times a^2 + 3$
$3a^2 = 3$
$a^2 = 1$
$\therefore\ a = \pm 1$

11. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ 7)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = \frac{1}{2}x^2 + q$ 이다.

$(2,\ 7)$ 을 대입하면 $7 = 2 + q$ 이므로 $q = 5$ 이다.

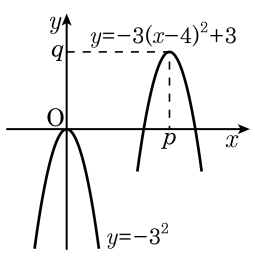
12. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

13. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

▷ 정답: $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4$, $q = 3$ 이다.

14. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = -2x^2 + 4x + 2$ ② $y = -2x^2 - 4x + 2$

③ $y = -2x^2 + 4x - 2$ ④ $y = -2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 4$

해설

$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$

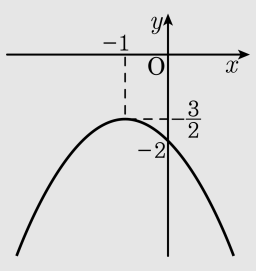
15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -1$이다.



16. 이차함수 $y = 3(x-4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x-4)^2 - 2$　② $y = -3(x-4)^2 - 5$

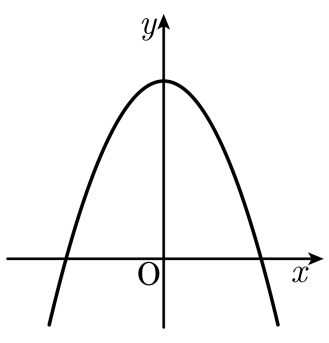
③ $y = 3(x-1)^2 - 5$　④ $y = -3(x-1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x-4)^2 + 2$

해설

y축 방향으로 3만큼 평행이동하면
$y = 3(x-4)^2 - 5 + 3 = 3(x-4)^2 - 2$
x 축에 대하여 대칭이동하면
$-y = 3(x-4)^2 - 2$
$y = -3(x-4)^2 + 2$

17. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 않는 사분면은?



① 제1 사분면 ② 제2 사분면

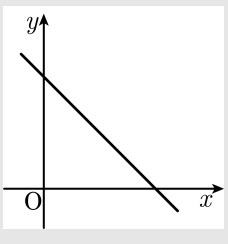
③ 제3 사분면 ④ 제4 사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다.

지나지 않는 사분면은 제3 사분면이다.



18. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$
꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로
$-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.
$a = -1, b = 3$
$\therefore a + b = 2$

19. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로

$p = -1$, $q = -3$

$\therefore p + q = -4$

20. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = -3x^2 + bx - 5$ 가 되었다. $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = a(x-2)^2 + c$
$= ax^2 - 4ax + 4a + c$
$= -3x^2 + bx - 5$

$a = -3$
$b = -4a = 12$
$4a + c = -12 + c = -5,\ c = 7$
$\therefore\ a + b - c = -3 + 12 - 7 = 2$

21. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y=-2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y=-2x^2+2$

㉡ $y=2x^2-3$

㉢ $y=-2(x+1)^2$

㉣ $y=x^2+3x+3-3(x-1)(x+1)$

㉤ $y=\dfrac{6x^2-2}{3}$

① ㉠,㉡,㉢ ② ㉠,㉡,㉢ ③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉠,㉢,㉤ ⑤ ㉠,㉣,㉤

해설

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.
따라서 $a=-2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉣이다.

22. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x < -1$

④ $x > -2$ ⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$

$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$

$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3}$ 이므로

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

23. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 두 점$(k,\ 0)$, $(-3,\ 0)$ 에서 x 축과 만날 때, k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과
만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.
$x^2 + 2x - 3 = 0$
$(x + 3)(x - 1) = 0$
$x = -3$ 또는 $x = 1$
따라서 $k = 1$ 이다.

24. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

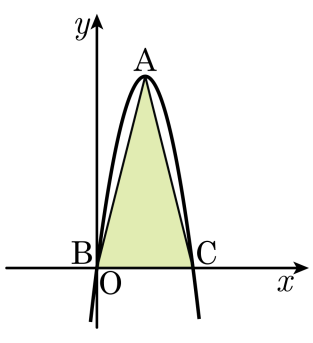
① $a > 5$ ② $a < 5$ ③ $a < -5$

④ $a > -5$ ⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.
$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$
$\therefore a < 5$

25. 다음 그림은 이차함수 $y=-x^2+8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

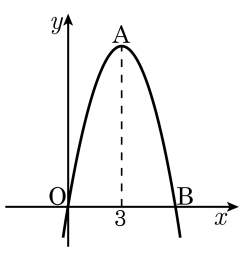
해설

$y=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$ 에서 A(4, 16) 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y=-x(x-8)$ 에서 B(0, 0), C(8, 0) 이므로 $\overline{BC}=8$

$\therefore (\triangle ABC\text{의 넓이 S})=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

26. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
$b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6,\ 0)$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + q$ 에서 점 $(6,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = -(6-3)^2 + q,\ q = 9$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$
$b = 6,\ c = 0\ \therefore b - c = 6$

27. $y = k(k+3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1	㉡ 2	㉢ 3	㉣ −1	㉤ −2
㉥ −3				

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+3) + 2 \neq 0$, $k(k+3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

28. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

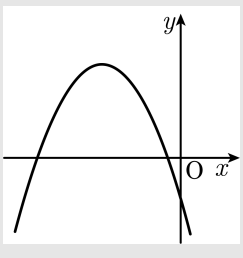
① $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$　　② $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

③ $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$　　④ $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.

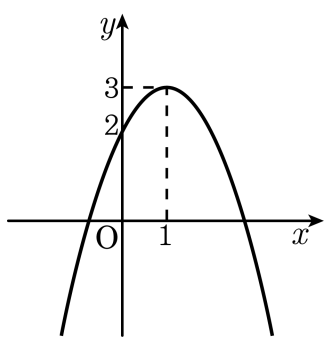


위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

29. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -2x^2 + 4x + 2$ ② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$ ④ $y = -x^2 - 2x + 2$

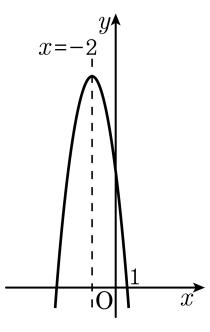
⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 이 점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로
$2 = a(0-1)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.

$\therefore\ y = -(x-1)^2 + 3$
$= -x^2 + 2x + 2$

30. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

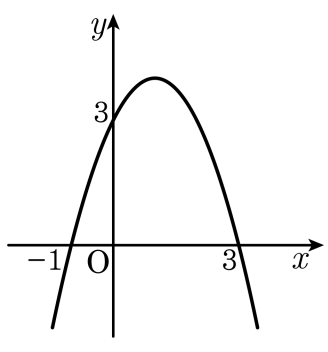
▷ 정답: $m = -8$

▷ 정답: $n = 10$

해설

$y = -2(x+2)^2 + q$ 에 $(1,\ 0)$ 을 대입하면
$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.
$\therefore\ q = 18$
$y = -2(x+2)^2 + 18$
$= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$
$= -2x^2 - 8x + 10$
$\therefore m = -8, n = 10$

31. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$가 이 그래프 위의 점일 때, k의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$에 세 점 $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$을 각각 대입하여 a, b, c를 구하면

$a = -1, b = 2, c = 3$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$

$(1, k)$를 대입하면 $k = 4$이다.

32. 포물선 $y = ax^2 + 14x - 20$ 과 x 축이 두 점 $\mathrm{A}(2,0), \mathrm{B}(b,0)$ 에서 만날 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = ax^2 + 14x - 20$ 에 $\mathrm{A}(2,0)$ 을 대입하면
$0 = 4a + 28 - 20,\ 4a = -8,\ a = -2$ 이다.
$y = -2x^2 + 14x - 20$ 이므로
$-2x^2 + 14x - 20 = 0$ 이다.
$-2(x-2)(x-5) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 5$ 이다.
$\therefore b = 5$ 즉, $\mathrm{B}(5,\ 0)$
$\therefore a + b = -2 + 5 = 3$

33. x 축과의 교점이 $(3,\ 0),\ (-2,\ 0)$ 이고, 점$(1,\ 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = x^2 + x + 6$ ② $y = -x^2 + x + 6$

③ $y = x^2 - x + 6$ ④ $y = x^2 + x - 6$

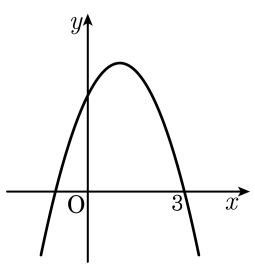
⑤ $y = -x^2 - x + 6$

해설

x 축과의 교점이 $(3,\ 0),\ (-2,\ 0)$ 이므로
$y = a(x-3)(x+2)$
점 $(1,\ 6)$ 을 지나므로
$6 = a(1-3)(1+2),\ a = -1$
$\therefore\ y = -(x-3)(x+2) = -x^2 + x + 6$

34. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6



해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = -9 - 6a + 3,\ a = -1$
$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
$x = 1$ 일 때, 최솟값은 4 이다.

35. 이차함수 $y = -(x-2)(x+6)$ 의 최댓값을 a 라 하고 ,그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a+b$ 을 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x-2)(x+6)$
$y = -(x^2+4x-12)$
$y = -(x+2)^2+16$

$x = -2$ 일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.
$a = 16,\ b = -2$ 이므로 $a+b = 14$ 이다.

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2,\ 0)$, $(8,\ 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0), (q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$y = a(x-2)(x-8)$
$= a(x^2 - 10x + 16)$
$= a(x-5)^2 - 9a$
$-9a = -9$
$\therefore a = 1$
$y = x^2 - 10x + 16$
$b = -10$, $c = 16$
$\therefore\ a + b + c = 1 + (-10) + 16 = 7$

37. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$y = x^2 - 2ax - 2a - 5$

$= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5$

y 의 최솟값 : $m = -a^2 - 2a - 5$

$= -(a + 1)^2 - 4$

m 의 최댓값 : -4

38. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x, $18-x$ 라고 하면

$y = x(18-x)$

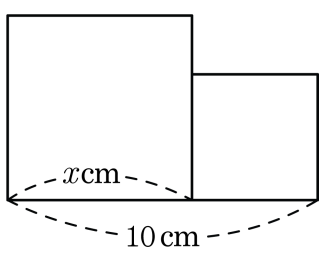
$= -x^2 + 18x$

$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$

$= -(x-9)^2 + 81$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

39. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm , 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10-x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10-x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x-5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

40. 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2+4x+45 \\ &= -(x-2)^2+49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

41. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24-2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36-36) \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6,36)$ 이므로 반지름의 길이 $x=6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

42. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 vm 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답 : m/s

▷ 정답 : 50 m/s

해설

$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10}+20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10}+20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

43. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

44. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$,

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2},\ -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$b = \frac{a^2}{4}$,

$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$

45. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p,\ 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p,\ 0)$ 을 대입하면

$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0,\ \frac{3}{4}p^2 = 3,\ p^2 = 4$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = 4a,\ a = \frac{3}{4}$

$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$

46. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

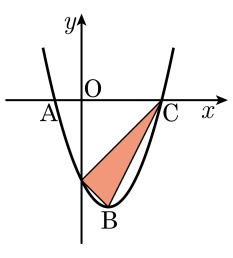
▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, \ -2-k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

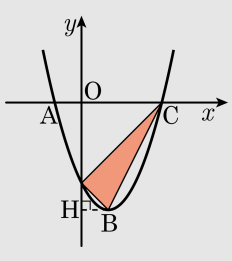
47. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) A(0, −3)

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
$= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
$= (x - 1)^2 - 4$

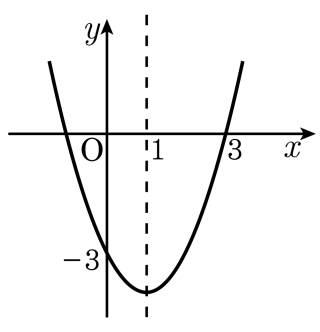
$\therefore$ B(1, −4)

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
$= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore$ $x = 3$ 또는 $x = -1$
양수인 x 절편이므로 C(3, 0) 이다.

iv) $\triangle ABC$
$= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
$= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
$= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

48. 다음 그림은 직선 $x=1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?



① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y=a(x-1)^2+q$
$x=0$ 일 때, $a+q=-3$ $\cdots\cdots(1)$
$x=3$ 일 때, $4a+q=0$ $\cdots\cdots(2)$
(2) 에서 (1) 을 빼면, $3a=3$
$\therefore\ a=1,\ q=-4$
$y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$
따라서 $x=1$ 일 때, $y=a+b+c=-4$ 이다.

49. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a-7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{3}$

해설

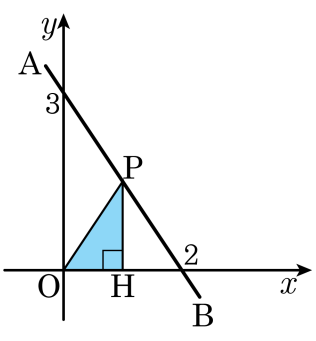
$y = -3x^2 + 6x + 4a$
$= -3(x-1)^2 + 3 + 4a$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
$2a - 7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
$(3a+7)(a-1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}$ *or* 1

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

50. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, △POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$ 을 지나므로

$y = -\frac{3}{2}x + 3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned} \triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.