

1. x 에 관한 방정식 $3(ax - a + 2b) = b(2 + 3x) + a$ 의 해를 구하여라.
(단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$3(ax - a + 2b) = b(2 + 3x) + a$$

$$3ax - 3a + 6b = 2b + 3bx + a$$

$$3ax - 3bx = 2b + a + 3a - 6b$$

$$(3a - 3b)x = 4a - 4b$$

$$x = \frac{4(a - b)}{3(a - b)} = \frac{4}{3}$$

2. 방정식 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = x-3$ 일 때, $\frac{2}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$x-3 = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{1-\frac{x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x+1$$

이다.

따라서 $x=2$ 이다.

$$\therefore \frac{2}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = \frac{2}{1-\frac{1}{\frac{1}{2}}} = -2$$

3. x 에 관한 일차방정식 $\frac{1}{2}x - \frac{2x-m}{6} = \frac{m}{2} + 1$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, $1 - m^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$\frac{1}{2}x - \frac{2x-m}{6} = \frac{m}{2} + 1$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$\frac{1}{2} \times (-2) - \frac{2 \times (-2) - m}{6} = \frac{m}{2} + 1 \text{ 이다.}$$

$$-1 - \frac{(-4-m)}{6} = \frac{m}{2} + 1$$

$$-6 + 4 + m = 3m + 6$$

$$-2m = 8$$

$$m = -4$$

$$\therefore 1 - m^2 = 1 - (-4)^2 = -15$$

4. 두 방정식 $0.3(x-2)+0.4(ax+2) = -0.1(x+2)$, $\frac{x+b}{2} - (x-1) = x + \frac{1}{2}$ 에 대해 공통인 해가 존재하고, 그 해가 방정식 $(x-3) : \frac{3x-1}{2} = 2 : 1$ 의 해가 된다고 한다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$(x-3) : \frac{3x-1}{2} = 2 : 1 \text{에서}$$

$$3x-1 = x-3$$

$$\therefore x = -1$$

$$\text{i) } 0.3(x-2) + 0.4(ax+2) = -0.1(x+2)$$

$$3x-6+4ax+8 = -x-2$$

$$4ax = -4x-4 \text{에 } x = -1 \text{을 대입하면}$$

$$-4a = 0$$

$$\therefore a = 0$$

$$\text{ii) } \frac{x+b}{2} - (x-1) = x + \frac{1}{2}$$

$$x+b-2x+2 = 2x+1 \text{에 } x = -1 \text{을 대입하면}$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore a+b = 0 + (-4) = -4$$

5. 십의 자리와 일의 자리의 숫자의 합이 9이고, 백의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 5만큼 큰 세 자리의 자연수가 있다. 백의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾸어 만든 수에 2를 곱하면 처음의 수보다 153만큼 크다고 할 때, 처음의 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 945

해설

세 자리의 자연수를 $100a + 10b + c$ 라고 두면,
 $b + c = 9$, $a = b + 5$ 에서
 $b = a - 5$, $c = 14 - a$
 $2(100c + 10b + a) - 153 = 100a + 10b + c$ 이므로
 $2800 - 200a + 20a - 100 + 2a - 153$
 $= 100a + 10a - 50 + 14 - a$
 $287a = 2583$
 $a = 9$, $b = 4$, $c = 5$
따라서 처음의 세 자리 자연수는 945이다.

6. 한 전시장에 몇 명의 사람이 있고, 매분 일정한 수의 사람이 빠져나간다. 전시장에 1분에 3명씩 들여보내면 2시간 40분이 지나서 정원이 차고, 1분에 $\frac{7}{6}$ 명씩 들여보내면 8시간 후에 정원이 찬다. 전시장의 정원이 500명이려면, 처음 전시장에 있던 사람의 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 60명

해설

처음 전시장에 있는 사람을 x 명, 매분마다 나가는 사람의 수를 y 명이라 두면

$$x + 3 \times 160 - 160y = 500, x = 160y + 20 \text{ 이다.}$$

$$\text{또한 } x + \frac{7}{6} \times 480 - 480y = 500, x - 480y + 60 = 0 \text{ 이다.}$$

$$160y + 20 - 480y + 60 = 0 \text{에서}$$

$$320y = 80$$

$$y = \frac{1}{4}, x = 60$$

따라서 처음 전시장에 있던 사람의 수는 60명이다.

7. 어느 시각에 철호가 자전거로 시속 16km의 속력으로 자기 집을 출발하여 학교에 오전 8시에 도착할 예정이었다. 그런데 출발 후 15분 후에 잇은 물건이 생각이 나서 속도를 25% 증가하여 집에 돌아와서 4분간 머물다가 다시 집으로 돌아온 속력과 같은 속력으로 출발하였더니 학교에 오전 8시 16분에 도착하였다. 철호의 집과 학교사이의 거리는 몇 km 인지 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 20 km

해설

집과 학교사이의 거리를 x km 라 하면 15 분 후에 잇은 물건이 생각나서 다시 돌아간 거리는 $16 \times \frac{15}{60} = 4$ (km) 이고 증가한 후의 속력은 시속 $16 \times \left(1 + \frac{25}{100}\right) = 20$ (km) 이다. 따라서 식을 세우면

$$\frac{15}{60} + \frac{4}{20} + \frac{4}{60} + \frac{x}{20} = \frac{x}{16} + \frac{16}{60}$$

$$\therefore x = 20(\text{km})$$

8. 현정이는 매일 오후 8시에 학원 앞에서 집에서 출발한 아버지와 만나 차를 타고 집으로 돌아온다. 어느 날 현정이는 평소보다 조금 일찍 학원을 마쳐서 1.5 m/s의 속도로 10분 간 집 쪽으로 걸어가다가 평소와 같은 시간에 출발한 아버지의 차와 마주쳐 집으로 돌아왔더니 평소보다 3분 일찍 집에 도착하였다. 아버지는 항상 일정한 속도로 차를 운행한다고 할 때, 차의 속도를 구하여라.

▶ 답: m/s

▷ 정답: 5 m/s

해설

학원에서 집까지의 거리를 x (m), 아버지 차의 속도를 y (m/s)라 두면,

$$\frac{x - 1.5 \times 60 \times 10}{y} + 60 \times 3 = \frac{x}{y}$$

$$x - 900 + 180y = x$$

이고, $y = 5$ 이다.

따라서 차의 속도는 5 (m/s) 이다.

9. 소금물 300g 중 $\frac{3}{4}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 n 번 반복한 후, 소금물의 농도가 처음의 $\frac{1}{2^{20}}$ 이 되었다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

소금물 300g 에 들어 있는 소금의 양을 a (g) 이라 두면, $\frac{3}{4}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 할 때마다 소금의 양은 $\frac{1}{4}$ 배가 된다.

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^n a}{300} = \frac{a}{300} \times \frac{1}{2^{20}}, \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{2^{20}}, n = 10$$

$\therefore n = 10$

10. 15%의 소금물 120g에서 얼마만큼의 소금물을 퍼내서 버리고, 같은 양만큼의 물을 채웠다. 여기에 10%의 소금물 180g을 섞었더니 10%의 소금물이 되었다. 더 부은 물의 양을 구하면?

- ① 40g ② 45g ③ 50g ④ 55g ⑤ 60g

해설

퍼낸 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{15}{100}(120 - x) + \frac{10}{100} \times 180 = \frac{10}{100} \times 300$$

$$3x = 120$$

$$\therefore x = 40$$

따라서 퍼낸 소금물의 양만큼 물을 더 채워 넣으므로 더 부은 물의 양은 40g이다.

11. 두 함수 $f(x) = -\frac{2}{x}$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(x) = a$ 를 만족하는 x 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{2}{x}, g(x) = 2x + 1 \text{에서} \\ f(2) &= -\frac{2}{2} = -1 = a \text{이므로} \\ g(x) &= 2x + 1 = -1, 2x = -2 \\ \therefore x &= -1 \end{aligned}$$

12. 함수 $y = f(x)$ 가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$ 로 나타낼 때, $f(2) = 24$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$ 를 주어진 식에 대입하면

$$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$$

$$2 - 2a = 6, a = -2$$

따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$ 가 된다.

$$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$$

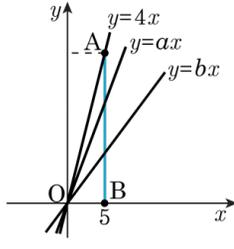
13. 점 P에 대하여 점 P'(x', y')를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 와 같이 대응시킬 때, 점 P'(9, 11)이 되는 점 P의 좌표를 (a, b)라 할 때, a + b의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 에서
 $9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$ 이고,
 $a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5,0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

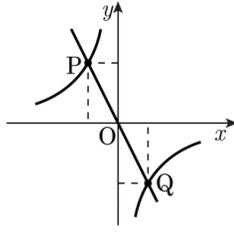
선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $(5, \frac{20}{3}), (5, \frac{40}{3})$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

15. 다음 그림과 같이 함수 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?



- ① -16 ② -20 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

교점의 y 좌표가 같으므로

$$-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$$

$$\therefore x^2 = 4$$

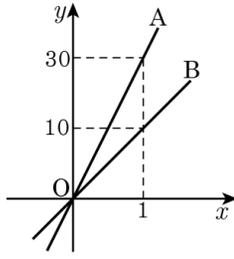
$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore ac = -4$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = 4 \text{ 이므로 } bd = -16$$

$$\text{따라서 } ac - bd = (-4) - (-16) = 12 \text{ 이다.}$$

16. A, B 두 개의 수문이 있는 댐이 있다. 다음 그래프는 A, B 두 수문을 각각 열 때 흘러나가는 물의 양을 시간에 따라 나타낸 것이다. A, B 두 수문을 동시에 열어 120만 톤의 물을 흘러보내는 데 걸리는 시간은?



- ① 2시간 ② 2.5시간 ③ 3시간
 ④ 3.5시간 ⑤ 4시간

해설

x 시간 동안 흘러나가는 물의 양을 y 만 톤이라 하고 A, B 두 그래프의 관계식을 각각 $y = ax, y = bx$ 라 하면 A 그래프는 점 (1, 30)을 지나므로
 $30 = a$
 $\therefore y = 30x$
 B 그래프는 점 (1, 10)을 지나므로
 $10 = b$
 $\therefore y = 10x$
 따라서 A, B 두 수문을 동시에 열었을 때, x 시간 동안 흘러나가는 물의 양은 $(30x + 10x)$ 만톤이므로 120만 톤의 물을 흘러 보내는 데 걸리는 시간은 $30x + 10x = 120$
 $40x = 120$
 $\therefore x = 3$ (시간)

18. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

19. $0.\dot{2}\dot{8} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.02\dot{8} = b \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$0.\dot{2}\dot{8} = \frac{28}{99} = 28 \times \frac{1}{99} = 28 \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore a = 28$$

$$0.02\dot{8} = \frac{28-2}{900} = \frac{26}{900} = 26 \times \frac{1}{900} = 26 \times 0.00\dot{1}$$

$$\therefore b = 26$$

$$\therefore a - b = 28 - 26 = 2$$

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수와 무한소수의 합은 순환소수이다.
- ② 유한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ④ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

해설

- ① 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

21. $4^{2a-1} \times 8^{a-2} = 16^{a+1}$ 을 만족하는 a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(2^2)^{2a-1} \times (2^3)^{a-2} &= (2^4)^{a+1} \\ 4a - 2 + 3a - 6 &= 4a + 4 \\ \therefore a &= 4\end{aligned}$$

22. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① 2^{20} ② 3^{15} ③ 4^{10} ④ 5^5 ⑤ 6^5

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$

② $3^{15} = (3^3)^5$

③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$

따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

23. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

24. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25} \cdot \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

- ① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \text{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \quad x + y = 1 \cdots \text{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

25. 자연수 n 에 대하여 $f_n(x) = nx^n + (n-1)x^{n-1} + (n-2)x^{n-2} + \dots + 1$ 이라 할 때, $f_{100}(-1) - f_{99}(-1) + f_{98}(-1) - f_{97}(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 198

해설

$$\begin{aligned} f_{100}(-1) &= 100(-1)^{100} + 99(-1)^{99} + 98(-1)^{98} + \dots + 1 \\ f_{99}(-1) &= 99(-1)^{99} + 98(-1)^{98} + 97(-1)^{97} + \dots + 1 \\ f_{98}(-1) &= 98(-1)^{98} + 97(-1)^{97} + 96(-1)^{96} + \dots + 1 \\ f_{97}(-1) &= 97(-1)^{97} + 96(-1)^{96} + 95(-1)^{95} + \dots + 1 \\ \therefore f_{100}(-1) - f_{99}(-1) + f_{98}(-1) - f_{97}(-1) &= 100 + 98 = 198 \end{aligned}$$

26. $x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ 를 $(x+2)$ 로 나누면 몫이 $f(x)$ 이고 나머지가 3 일 때, $f(x)$ 의 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ 를 $x + 2$ 로 나눈 몫을 $x^2 + ax + b$ 라 하고 식을 세우면

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 + 3x + 5 &= (x + 2)(x^2 + ax + b) + 3 \\ &= x^3 + (a + 2)x^2 + (2a + b)x + 2b + 3\end{aligned}$$

계수를 비교해보면

$$a + 2 = 3, a = 1$$

$$2a + b = 3, b = 1$$

따라서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이므로 계수들의 합은 3 이다.

27. 모서리의 길이가 x, y 인 정육면체 각각 1 개와 8 개, 가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개, 가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 각각 y 인 직육면체 12 개로 정육면체를 만들었다. 이렇게 만들어진 정육면체의 모서리의 길이가 $(ax + by)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

각각의 입체도형의 부피를 구하면
 (모서리의 길이가 x 인 정육면체 1 개의 부피) $= x^3$
 (모서리의 길이가 y 인 정육면체 8 개의 부피) $= 8y^3$
 (가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개의 부피)
 $= 6x^2y$
 (가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 y 인 직육면체 12
 개의 부피) $= 12xy^2$
 (모서리의 길이가 $(ax + by)$ 인 정육면체의 부피)
 $= (ax + by)^3 = a^3x^3 + 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 + b^3y^3$
 정육면체를 만들고 있는 네 개의 입체도형의 부피의 합은 만들
 어진 정육면체의 부피와 같으므로
 $x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2$
 $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$
 $\therefore a = 1, b = 2 \quad \therefore a + b = 3$

28. $(a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d)$ 를 전개하면?

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d) \\ &= \{(b + c) + (a - d)\}\{(b + c) - (a - d)\} + \{(a + d) + (b - c)\}\{(a + d) - (b - c)\} \\ &= (b + c)^2 - (a - d)^2 + (a + d)^2 - (b - c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

29. $a+b+c = -1$, $ab+bc+ca = -6$, $abc = 3$ 일 때, $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{14}{3}$

해설

$$\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} \text{ 에서}$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$$

$$= (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2(ab^2c+abc^2+a^2bc)$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)$$

$$= (-6)^2 - 2 \times 3 \times (-1) = 42$$

$$\therefore \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

30. $\frac{x^2 - 4x + 3}{-x + 1} = 0$ 일 때, x 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x(x-1) - 3x + 3}{-x+1} = 0$$

$$\frac{-x(-x+1) + 3(-x+1)}{-x+1} = 0$$

$$-x + 3 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

31. $3^{20} = k$ 라 할 때, $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{19}$ 을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{k-1}{2}$

해설

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{19} = S \dots \textcircled{1}$ 라 하고 양변에 3 을 곱하면

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{20} = 3S \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면 $-1 + 3^{20} = 2S$

$$\therefore S = \frac{3^{20} - 1}{2}$$

$$\therefore 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{19} = \frac{k-1}{2}$$

32. x, y 가 자연수일 때, 미지수가 2개인 일차방정식 $x + 3y = 10$ 의 해에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

- ① (4, 2) 는 해이다.
- ② 해의 그래프는 직선이다.
- ③ 해는 무수히 많다.
- ④ (1, 3) 은 그래프 위의 한 점이다.
- ⑤ 해의 집합을 A 라 할 때, $n(A) = 4$

해설

해는 (1, 3), (4, 2), (7, 1) 의 3 쌍이다.

33. 세 일차방정식 $2x - y = 2a - 4$, $-x + 3y = -2a - 9$, $2x - 5y = 6a + 10$ 의 그래프를 그릴 때, 세 직선이 한 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 2a - 4 \cdots ① \\ -x + 3y = -2a - 9 \cdots ② \\ 2x - 5y = 6a + 10 \cdots ③ \end{cases}$$

① + ② × 2 를 하면

$$\begin{array}{r} 2x - y = 2a - 4 \\ +) -2x + 6y = -4a - 18 \\ \hline 5y = -2a - 22 \end{array}$$

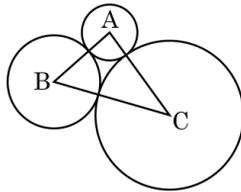
$$y = \frac{-2a - 22}{5}$$

① - ③ 을 하면 $y = \frac{-4a - 14}{4}$

$$\therefore \frac{-2a - 22}{5} = \frac{-4a - 14}{4}$$

양변에 ×20 을 하면 $-8a - 88 = -20a - 70$, $a = \frac{3}{2}$

34. 다음 그림과 같이 세 원 A, B, C가 접해 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$, $\overline{CA} = 11\text{cm}$ 일 때, 세 원의 넓이의 비는?



- ① 3 : 5 : 7 ② 12 : 35 : 24 ③ 8 : 13 : 15
 ④ 9 : 25 : 24 ⑤ 15 : 25 : 21

해설

세 원 A, B, C의 반지름의 길이가 각각 a, b, c 라고 하면

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ b+c=13 \\ +) \quad c+a=11 \\ \hline 2(a+b+c)=32 \end{array}$$

$\therefore a+b+c = 16$ 이므로 $a = 3, b = 5, c = 8$ 이다. 넓이의 비는 $3^2 : 5^2 : 8^2 = 9 : 25 : 64$

35. 다음 연립방정식을 만족하는 $10x + 10y$ 의 값은?

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{y+1} = 16 \\ \frac{3}{x-1} + \frac{5}{y+1} = 5 \end{cases}$$

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$\frac{1}{x-1} = A, \frac{1}{y+1} = B$ 라고 하면

$$\begin{cases} 2A - 3B = 16 & \cdots \textcircled{1} \\ 3A + 5B = 5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$ 를 하면 $-19B = 38$

$$\therefore B = -2$$

$B = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면 $2A + 6 = 16$

$$\therefore A = 5$$

$$\frac{1}{x-1} = 5, x-1 = \frac{1}{5} \quad \therefore x = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{y+1} = -2, y+1 = -\frac{1}{2} \quad \therefore y = -\frac{3}{2}$$

$$10x + 10y = 12 + (-15) = -3$$

36. 연립방정식 $\begin{cases} -\frac{a}{2}x + \frac{1}{3}y = \frac{5}{8} \\ 4x - 2by = -3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} &= \frac{1}{3} & \frac{5}{8} \\ \frac{a}{4} &= \frac{1}{-2b} = \frac{5}{-3} \\ \frac{a}{8} &= \frac{5}{-24}, a = \frac{5}{3} \\ \frac{1}{6b} &= \frac{5}{-24}, b = \frac{4}{5} \\ \therefore ab &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

37. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + ay = 3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않을 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

해를 갖지 않으려면 $\frac{2}{4} = -\frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 한다. 따라서 $a = -2$ 이다.

40. A 중학교 작년의 총 학생수는 1200 명이었다. 올해는 작년보다 남학생은 5% 증가하고, 여학생은 4% 감소하여 전체적으로 0.5% 증가하였다. 이 학교의 올해의 남학생 수는?

- ① 610 명 ② 615 명 ③ 620 명
④ 625 명 ⑤ 630 명

해설

작년 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 0.05x - 0.04y = 0.005 \times 1200 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 600$, $y = 600$ 이다.

따라서 올해의 남학생 수는 $600 \times (1 + 0.05) = 630$ (명) 이다.

41. A, B 두 그릇에 각각 $x\%$ 의 소금물 ag 과 $y\%$ 인 소금물 $2ag$ 이 들어있다. 두 그릇에서 각각 $\frac{a}{2}g$ 씩의 소금물을 덜어내어 서로 바꾸어 섞었을 때, A 그릇의 소금물의 농도를 $c\%$ 라 한다. c 를 x, y, a 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{x+y}{2}$

해설

(처음 A 그릇의 소금의 양) = $\frac{x}{100} \times a(g)$

A, B 그릇에서 덜어낸 소금의 양은 각각 $\frac{x}{100} \times \frac{a}{2}, \frac{y}{100} \times \frac{a}{2}$

따라서 바꾸어 섞은 후 A 그릇의 소금의 양은 $\frac{x}{100} \times a - \frac{x}{100} \times$

$\frac{a}{2} + \frac{y}{100} \times \frac{a}{2} = \frac{a}{200}(x+y)$

A 그릇의 전체 소금물의 양은 변함없으므로

A 그릇의 소금물의 농도 $c = \frac{\frac{a}{200}(x+y)}{a} \times 100 = \frac{x+y}{2}$

42. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$-1 \leq x \leq 1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면 $-1 \leq -x \leq 1$

각 변에 3 을 더하면 $2 \leq 3-x \leq 4$

역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$

각 변에 -2 를 곱하면 $-1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$

각 변에 2 를 더하면 $1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$

$a = 1, b = \frac{3}{2}$ 이므로 $a + 2b = 4$

43. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x+2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

- ① -5 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} \frac{3^{1-a}}{2} &= \frac{1}{54}, 3^{1-a} = \frac{1}{27} \therefore a = 4 \\ 4x - 3(x+2) &< b \\ x < b + 6 &= 11 \\ b = 5 \therefore ab &= 20 \end{aligned}$$

44. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$

② $x > 1$

③ $x < -1$

④ $x < -2$

⑤ $x < -3$

해설

$$ax < -a + b$$

$$x < \frac{-a + b}{a} = 1 \quad (\because a > 0)$$

$$-a + b = a, \quad -2a = -b, \quad 2a = b$$

$$(a - 2b)x > a + b, \quad (a - 4a)x > a + 2a$$

$$-3ax > 3a$$

$$\therefore x < -1 \quad (\because -3a < 0)$$

45. 부등식 $a+7 \leq ax+b \leq 4b+2a$ 의 해가 $2 \leq x \leq 8$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = -2, b = -1$

② $a = -1, b = 0$

③ $a = \frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}$

④ $a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$

⑤ $a = 2, b = -1$

해설

$$a+7 \leq ax+b \leq 4b+2a$$

(1) $a > 0$ 일 때,

$$a+7 \leq ax+b, x \geq \frac{a-b+7}{a}$$

$$ax+b \leq 4b+2a, x \leq \frac{3b+2a}{a}$$

$$\frac{a-b+7}{a} \leq x \leq \frac{3b+2a}{a}$$

$$\therefore \frac{a-b+7}{a} = 2, \frac{3b+2a}{a} = 8$$

$$\therefore a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$$

(2) $a < 0$ 일 때

$$\frac{3b+2a}{a} \leq x \leq \frac{a-b+7}{a}$$

$$\therefore \frac{3b+2a}{a} = 2, \frac{a-b+7}{a} = 8$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

($a < 0$ 이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)

46. 부등식 $|x-3|+|x-6|\leq 9$ 를 만족하는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

1) $x < 3$ 일 때
 $-(x-3)-(x-6)\leq 9, x\geq 0 \quad \therefore 0\leq x < 3$

2) $3\leq x < 6$ 일 때
 $x-3-(x-6)\leq 9, 3\leq 9$ 따라서 모든 조건이 성립하고 조건이 $3\leq x < 6$ 이므로
 $\therefore 3\leq x < 6$

3) $x\geq 6$ 일 때
 $x-3+x-6\leq 9, x\leq 9 \quad \therefore 6\leq x\leq 9$

1), 2), 3)에 의해서 주어진 부등식의 해는 $0\leq x\leq 9$ 이므로
최댓값과 최솟값의 차는
 $\therefore 9-0=9$

47. 12% 소금물 300g에 소금을 더 넣은 후, 더 넣은 소금의 양만큼 물을 증발시켜 농도가 20% 이상이 되게 하려고 한다. 최소 몇 g의 소금을 더 넣어야 하는가?

- ① 15g ② 20g ③ 24g ④ 30g ⑤ 36g

해설

농도가 12%인 소금의 양을 x g이라 하면

$$300 \times \frac{12}{100} = 36(\text{g})$$

더 넣은 소금의 양을 x g이라 하면

$$\frac{36+x}{300} \times 100 \geq 20$$

$$36+x \geq 60$$

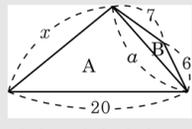
$$x \geq 24(\text{g})$$

49. 길이가 각각 6, 7, 20, x 인 선분을 끝점끼리 이어 붙여 볼록한 사각형을 만들 수 있는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $7 < x < 33$

해설



위의 그림과 같이 보조선을 그려 그 길이를 a 라 하자.

삼각형 B 에서 $a < 7 + 6$, 즉 $a < 13$

삼각형 A 에서

1) x 가 가장 긴 변인 경우: $x < a + 20$

그런데 $a < 13$ 이므로 $x < a + 20 < 13 + 20$

$\therefore x < 33$

2) 20 이 가장 긴 변인 경우: $20 < a + x$

그런데 $a < 13$ 이므로 $20 < a + x < 13 + x$

$\therefore x > 7$

따라서 1), 2)에 의해서 $7 < x < 33$ 이다.

50. 100 개의 연필을 학생들에게 나누어 주었더니 5 개씩 나눠주면 연필이 남고, 8 개씩 나눠 주면 연필이 모자란다. 이때, 학생의 수로 옳지 않은 것은?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 라고 놓자.
모든 학생이 5 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $5x$ 이고, 모든 학생이 8 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $8x$ 이다. 그러나 연필수는 모든 학생이 5 개씩 가질 때 보다 많고, 모든 학생이 8 개씩 가질 때 보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $5x < 100 < 8x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 5x < 100 \\ 8x > 100 \end{cases}$ 이고, 간단히 하

면, $\begin{cases} x < 20 \\ x > \frac{25}{2} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\frac{25}{2} < x < 20$ 이다.

$\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 학생의 수는 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 명이 가능하다.