1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 - 5 = 2(x^2 - 1)$

② $(x - 3)(x + 1) = x^2 - 4$

③ $(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$

④ $3(x^2 + 1) = 3x(x + 1)$

⑤ $x^2 = (x - 4)^2$

해설

$$\textcircled{3} (x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

따라서 이차방정식이다.

2. 다음 이차방정식 중에서 $x = 1$ 을 해로 갖지 않는 것은?

① $x^2 = 1$

② $(x - 1)(x + 2) = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 1 = 0$

⑤ $3x^2 - x - 2 = 0$

해설

$x = 1$ 을 각 이차방정식에 대입해 보면

③ $1 - 1 - 2 \neq 0$ 으로 성립하지 않는다.

3. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$

③ $x - 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$ ④ $x + 5 = 0$ 또는 $2x + 3 = 0$

⑤ $x + 5 = 0$ 또는 $2x - 3 = 0$

해설

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

4. 다음 중 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해는?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 3 &= 0 \\(x + 3)(x - 1) &= 0 \\ \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면
완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.
 $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$
 $4m = 12$
 $\therefore m = 3$

6. 이차방정식 $(x-2)(x-4) = 3$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x-4) &= 3, x^2 - 6x = -5, \\(x-3)^2 &= 4, p = -3, q = 4, \\ \therefore p+q &= -3+4 = 1\end{aligned}$$

7. 계수가 유리수인 이차방정식, $x^2 - 6x + a = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

다른 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로
두 근의 곱 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = a$
 $\therefore a = 7$

8. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = ax^2, f(4) = -8 \text{ 이므로}$$

$$-8 = a \times 4^2, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$$

9. 이차함수 $y = -2(x+5)^2 - 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) , 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$y = -2(x+5)^2 - 4$ 의 꼭짓점의 좌표는
 $(-5, -4) = (a, b)$
축은 $x = c = -5$
 $\therefore a - b + c = -5 - (-4) + (-5) = -6$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1, x = 3$ 을 각각 대입하면

$3 + a + b = 0, 27 + 3a + b = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -12, b = 9$ 이다.

$\therefore a + b = -3$

11. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

12. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

- ① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

13. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

14. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$

② $y = -\frac{4}{3}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 을 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = -3(x-3)^2$ 이고,
점 $(2, a)$ 를 지나므로
 $a = -3(2-3)^2$
 $\therefore a = -3$

16. 이차함수 $y = 2(x + 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

17. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17 \\a &= 3, b = -12, c = 17 \\ \therefore a + b + c &= 3 - 12 + 17 = 8\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $\frac{x(x-1)}{5} = \frac{(x+1)(x-3)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, $-2(\alpha-1)$ 의 값은?

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -5 ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

양변에 15를 곱하면 $3x(x-1) = 5(x+1)(x-3)$ 이다.

$$3x^2 - 3x = 5x^2 - 10x - 15$$

$$2x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$(2x+3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 5$$

$$\alpha = -\frac{3}{2} \text{ 이므로 } -2(\alpha-1) = -2\left(-\frac{3}{2}-1\right) = 5$$

19. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k-3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

20. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

- ① $m > 7$ ② $m < 7$ ③ $m \geq 7$
④ $m < -7$ ⑤ $m > -7$

해설

$$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$$

21. 차가 5인 두 자연수의 곱이 126일 때, 두 수 중 작은 수로 알맞은 것을 고르면?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x(x+5) = 126$$

$$x^2 + 5x - 126 = 0$$

$$(x+14)(x-9) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -14$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 9$ 이다.

23. 길이가 36cm 인 철사로 넓이가 80cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 세로의 길이가 가로 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(18 - x)\text{cm}$

또, (세로의 길이) < (가로의 길이) 이므로

$$18 - x < x, \text{ 즉 } x > 9$$

$$x(18 - x) = 80$$

$$(x - 8)(x - 10) = 0$$

$$x = 8 \text{ 또는 } x = 10$$

$x > 9$ 이므로 $x = 10\text{cm}$ 이다.

24. 한 변의 길이가 x 인 정사각형에서 한 변의 길이는 20% 늘이고 다른 한 변의 길이는 20% 줄일 때, 새로 만들어지는 직사각형의 넓이의 변화는?

- ① 1% 줄어든다 ② 1% 늘어난다 ③ 4% 줄어든다
④ 4% 늘어난다 ⑤ 변화가 없다

해설

처음 정사각형의 넓이는 x^2

새로운 직사각형의 넓이는

$$(x + 0.2x)(x - 0.2x) = 1.2x \times 0.8x = 0.96x^2$$

따라서 새로 만들어지는 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 4% 줄어든다.

25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

- ① 6 ② -6 ③ 8 ④ 9 ⑤ -9

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 6$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, p = -3, q = 6$$

$$\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \times 6 = 9$$