

1. 절댓값이 1 보다 작은 네 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $a < b < c < d$, $\frac{b}{d} > 0$, $ad < 0$ 일 때 $a, a - b, \frac{1}{c}, \frac{d}{c}$ 를 작은 순서대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

▷ 정답 : a

▷ 정답 : $\frac{d}{c}$

▷ 정답 : $\frac{1}{c}$

해설

$a < b < c < d$, $\frac{b}{d} > 0$, $ad < 0$ 이므로

$d > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a < 0$ 이다.

$$\therefore a - b < a < \frac{d}{c} < \frac{1}{c}$$

2. 절댓값이 1 보다 작은 네 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $abcd > 0$, $ad < 0$, $bc < 0$, $a < b < c < d$ 일 때, $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ 을 작은 순서대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{b}$

▷ 정답 : $\frac{1}{a}$

▷ 정답 : $\frac{1}{d}$

▷ 정답 : $\frac{1}{c}$

해설

$abcd > 0$, $ad < 0$, $bc < 0$, $a < b < c < d$ 이므로,
 $d > 0$, $c > 0$, $b < 0$, $a < 0$ 이다.

따라서 $a < b < c < d$ 이므로 $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c}$ 이다.

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

4. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

5. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

㉠ a 와 4의 합은 양수이고, a 와 2의 합은 음수이다.

㉡ b 와 c 의 절댓값은 a 의 절댓값보다 작다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 더 가깝다.

㉠ $a < b < c$

㉡ $b < a < c$

㉢ $a < c < b$

㉣ $b < c < a$

㉤ $c < a < b$

해설

㉠ a 와 4의 합이 양수이고, a 와 2의 합은 음수이므로 $a < 0$ 이고 $2 < (a \text{의 절댓값}) < 4$ 이다. $\therefore a = -3$ ($\because a$ 는 정수)

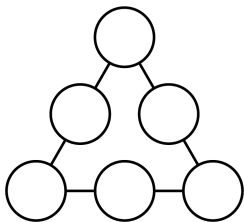
㉡ $(b \text{와 } c \text{의 절댓값}) < 3$ 이므로 $-3 < b < 3, -3 < c < 3$ 이다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 가깝다.

$$\therefore -3 < b < c < 3$$

따라서, ㉠, ㉢에 의하여 $a < b < c$

6. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ○안에 1부터 6까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는

꼭짓점에 있는 세수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 1, 2, 3을 차례로 넣고 빈 칸을 차례로 채우면 한 변의 합이 9가 된다.

또, 한 변의 합이 가장 큰 경우는 꼭짓점에 있는 세수가 가장 클 때이므로

꼭짓점에 4, 5, 6을 차례로 넣고 빈 칸을 채우면 한 변의 합이 12가 된다.

7. 서로 다른 유리수 a, b 에 대하여 $a * b = \frac{a \times b}{a + b}$ 라 정의할 때, $\frac{1}{4} * \left(\frac{1}{4} * \frac{1}{4}\right) = k$ 라 할 때, $48k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{4} * \frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \frac{1}{4} * \frac{1}{8} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{8}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{32}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{12} \times 48 = 4$$

8. 기호 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{k}{9}$ 에 대하여 $[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 를 만족하는 k 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 35

해설

$[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 이므로 $2 \leq \frac{k}{9} - 1 < 3$ 이고, $3 \leq \frac{k}{9} < 4$ 이다.

$27 \leq k < 36$ 에서 9 와 서로소인 k 를 찾으면 된다.

$\therefore k = 28, 29, 31, 32, 34, 35$

9. 다음을 계산하여라.

$$-(1^2 - 2^2) - (3^2 - 4^2) - (5^2 - 6^2) - \cdots - (15^2 - 16^2)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$$\begin{aligned} & -(1^2 - 2^2) - (3^2 - 4^2) - (5^2 - 6^2) - \cdots - (15^2 - 16^2) \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + (6^2 - 5^2) + \cdots + (16^2 - 15^2) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27 + 31 \\ &= 136 \end{aligned}$$

10. 유리수 A_n 이 다음과 같은 규칙으로 변할 때, A_{2009} 의 값을 구하여라.

$$A_1 = \frac{1}{2}, A_2 = \frac{1}{1-A_1}, A_3 = \frac{1}{1-A_2}, \dots, A_n = \frac{1}{1-A_{n-1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$A_1 = \frac{1}{2}, A_2 = \frac{1}{1-A_1} = 2, A_3 = \frac{1}{1-A_2} = -1, A_4 = \frac{1}{1-A_3} = \frac{1}{2}, \dots$$

A_n 은 $\frac{1}{2}, 2, -1$ 의 세 가지 값을 순환한다.

$$2009 \div 3 = 669 \cdots 2$$

$$\therefore A_{2009} = A_2 = 2$$