

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $f(-1) = 0$

② $f(0) = 0$

③ $f(1) = -4$

④ $f(2) = -3$

⑤ $f(5) = 12$

해설

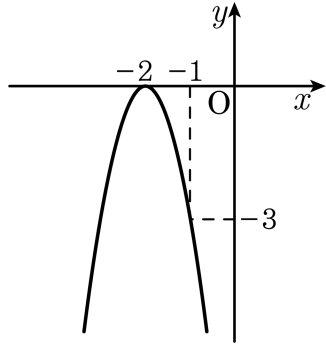
② $f(0) = -3$

2. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면? (정답 3 개)
- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
 - ④ 점 (-3, 9) 를 지난다.
 - ⑤ $y = -2x^2$ 의 그래프보다 폭이 더 좁다.

해설

$y = x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



- ① $y = -2x^2 - 1$ ② $y = -3x^2 + 2$
③ $y = -2(x + 2)^2$ ④ $y = -3(x + 2)^2$
⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x + 2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면
 $-3 = a(-1 + 2)^2$
 $\therefore a = -3$
 $\therefore y = -3(x + 2)^2$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

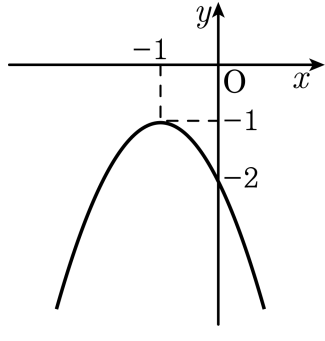
⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

5. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



- ① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$
③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

6. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 주어진 방정식은 } \frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{양변에 10 을 곱하고 정리하면 } x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + 8x + 15 - m = 0$$

$$4^2 = 15 - m$$

$$\therefore m = -1$$

8. 이차방정식 $(3x-2)^2=5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(3x-2)^2 &= 5 \\ 3x-2 &= \pm\sqrt{5} \\ 3x &= 2 \pm \sqrt{5} \\ \therefore x &= \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3} \\ \therefore \frac{2+\sqrt{5}}{3} + \frac{2-\sqrt{5}}{3} &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}x+4 &= \pm \sqrt{k} \\x &= -4 \pm \sqrt{k} \\(-4 + \sqrt{k})(-4 - \sqrt{k}) &= 13 \\16 - k &= 13 \\\therefore k &= 3\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + 8x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm 2\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 20}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore A = -8, B = 21$$

$$\therefore -8 + 21 = 13$$

11. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

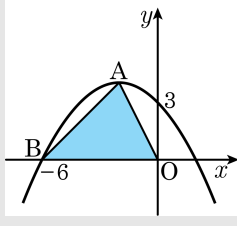
12. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$ 의 그래프의 꼭짓점을 A , 원점을 O , x 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면? (단, $B < 0$)

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

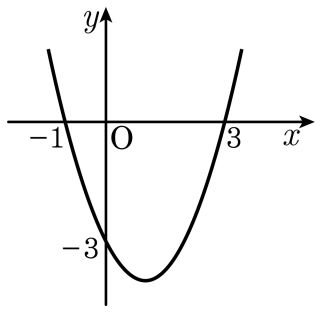
$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4, \text{ 꼭짓점의 좌표는 } A(-2, 4)$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+6)(x-2) \text{ 이므로 } x \text{ 축과의 교점 B 는 } -6, 0 \text{ 이다.}$$



$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하면?



- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로 $y = a(x+1)(x-3)$ 이다.

y 절편이 -3 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-3) \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ &= (x-1)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -4$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3 을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0

② -2

③ -4

④ -3

⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = -1$$

$$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$$

15. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로
 $\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$
 $\therefore a = 4$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$
 $2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$
 $\therefore b = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

17. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

18. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q, 2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1, 2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$

19. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

20. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(40 - 2x)$
 $= -2x^2 + 40x$
 $= -2(x - 10)^2 + 200$
 $x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

21. 좌표평면 위의 두 직선 $y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 두 직선이 평행할 조건은

$$\frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a}, \frac{a}{4} \neq \frac{1}{a}$$

$$\text{i) } \frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a} \text{ 에서 } 3a^2 - 8a + 4 = 0,$$

$$(3a-2)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{2}{3} \text{ 또는 } a = 2$$

$$\text{ii) } \frac{a}{4} \neq \frac{1}{a} \text{ 에서 } a^2 \neq 4$$

$$\therefore a \neq 2 \text{ 이고 } a \neq -2$$

따라서 i), ii) 를 동시에 만족해야 하므로 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

22. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20 이하인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

$$[x]^2 - [x] - 2 = ([x] - 2)([x] + 1) = 0$$

$$\therefore [x] = 2 \text{ 또는 } [x] = -1$$

그런데, $[x] \neq -1$ 이므로 $[x] = 2$

양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,

20 이하의 소수를 구하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

∴ 8 개

23. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 2, -5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 89

해설

$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 가 두 근이므로

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a} = 2 + (-5) = -3$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = -3 \text{ 이므로 } b = -3a$$

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{ac}{4a^2} = \frac{c}{4a} = 2 \times (-5) = -10$$

$$\text{즉, } \frac{c}{4a} = -10 \text{ 이므로 } c = -40a$$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 - 3ax - 40a = 0$ 이다. 그런데

$a \neq 0$ 이므로

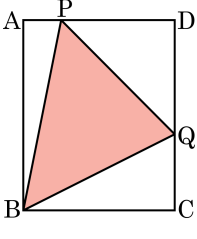
$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

$$(x + 5)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = -5, 8$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2 = 89$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 선분 AD 위에 있고, 점 Q 는 선분 CD 위에 있다. 삼각형 ABP, PDQ, BCQ 의 넓이가 각각 2.5, 4.5, 4 일 때, 삼각형 PBQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{AD} = x$, $\overline{AB} = y$ 라 하면

$$\triangle ABP = \frac{1}{2}y \times \overline{AP} = 2.5 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{5}{y}$$

$$\triangle BCQ = \frac{1}{2}x \times \overline{QC} = 4 \quad \therefore \overline{QC} = \frac{8}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle PQD = \frac{1}{2} \left(x - \frac{5}{y} \right) \left(y - \frac{8}{x} \right) = 4.5$$

$$\left(\frac{xy - 5}{y} \right) \left(\frac{xy - 8}{x} \right) = 9$$

$$(xy - 5)(xy - 8) = 9xy$$

$$(xy)^2 - 22xy + 40 = 0$$

$$(xy - 2)(xy - 20) = 0$$

$$\therefore xy = 2 \text{ 또는 } xy = 20$$

그런데 $xy > 11$ 이므로 $xy = 20$

$$\therefore \triangle PBQ = 20 - 11 = 9$$

25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm \sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면

된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$