**1.** 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 $m$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}, 1$ ③ $-1, -\frac{1}{2}$
④ $-1, \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면
$\alpha + 2\alpha = 3m,\ \alpha = m$
$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$
$2\alpha^2 = -m + 1$
$2m^2 + m - 1 = 0$
$(2m - 1)(m + 1) = 0$
$\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -1$

**2.** 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 $y$ 축의 방향으로 $-2$ 만큼 평행이동 시키면 점$(2,\ a)$를 지난다. 이때, $a$ 의 값은?

① $-6$ ② $-7$ ③ $-8$ ④ $3$ ⑤ $5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 $y$축의 방향으로 $-2$만큼 평행이동 시킨 그래프는 $y = -x^2 - 2$이고 이 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로 $a = -4 - 2,\ a = -6$이다.

**3.** 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 $b$ 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① $-8$ ② $-5$ ③ $3$ ④ $7$ ⑤ $11$

해설

$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 9$ 에서

$a = -2$ , $b = -9$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

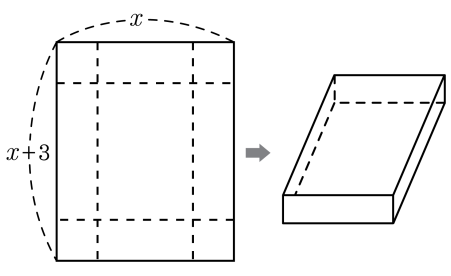
**4.** 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, $x$ 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$30+25x-5x^2=60$
$5(x^2-5x+6)=0$
$5(x-2)(x-3)=0$
$x=2,\ 3$
따라서 처음으로 60 m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

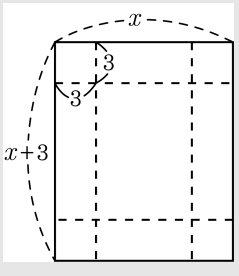
**5.** 세로의 길이가 가로의 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210 $cm^3$ 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로의 길이는?




① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

상자 밑면의 가로는 $x-6$,
세로는 $(x+3)-6 = x-3$, 높이는 3 이다.
부피는 $(x-6)(x-3)\times 3 = 210$
$x^2-9x-52=0$, $(x+4)(x-13)=0$
$x>0$ 이므로 $x=13$ (cm)



**6.** 다음 보기에서 $y$ 가 $x$ 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

㉠ 한 모서리의 길이가 $x$ 인 정육면체의 겉넓이 $y$
㉡ 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
㉢ 반지름의 길이가 $x$ 인 원의 넓이 $y$
㉣ 밑면의 반지름의 길이가 $x$ , 높이가 7 인 원기둥의 부피 $y$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.
㉠ $y=6x^2$
㉡ $y=2(2x+x+3)=6x+6$ : 일차함수
㉢ $y=\pi x^2$
㉣ $y=7\pi x^2$
따라서 $y$ 가 $x$ 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

**7.** 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1, 0)$을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2, 3)$을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-1$만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$ , 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2, 6)$을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

**8.** 이차함수 $y = x^2 - 4$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = x^2 - 4$ 의 그래프가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 을 지나므로
$m = 1 - 4 = -3$, $n = 4 - 4 = 0$
$y = ax + b$ 에 두 점 $(-1, -3)$, $(2, 0)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{rl} & -3 = -a + b \\ - ) & 0 = 2a + b \\ \hline & -3 = -3a \end{array}$$

$a = 1$, $b = -2$
$\therefore a - b = 1 + 2 = 3$

**9.** 다음 이차함수를 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2-5$로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p,-5)$ 라고 할 때, $apq$의 값은?

| $y=ax^2+6x+q$ |
|---|

① $-45$ ② $-54$ ③ $-66$ ④ $-76$ ⑤ $-80$

해설

$$y=\frac{1}{3}(x-p)^2-5$$
$$=\frac{1}{3}(x^2-2px+p^2)-5$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{2px}{3}+\frac{p^2}{3}-5$$

따라서 $a=\frac{1}{3},\ -\frac{2}{3}$

$p=6,\ p=-9,\ q=22$ 이므로 $apq=-66$ 이다.

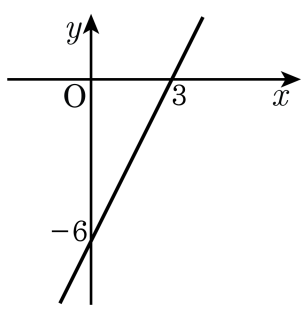
**10.** 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, $a$ 의 값을 최소가 되게 하는 $b$ 의 값은?
(단, $a$, $b$ 는 양의 정수)

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$
$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$
따라서 $a$ 가 최소가 되게 하는 $b$ 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

**11.** $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta$ 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?




① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3,0), (0,-6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.
두 근을 각각 $\alpha, \beta$ 라 할 때,
두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

**12.** 이차방정식 $x^2+3x-2=0$ 의 두 근을 $\alpha$, $\beta$ 라 할 때, $\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하고 $x^2$ 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2-2x+8=0$　② $2x^2-8x+4=0$

③ $2x^2+4x-8=0$　④ $2x^2-x-4=0$

⑤ $2x^2+2x-8=0$

해설

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-2$
구하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-1$
두 근의 곱은 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-4$
$\therefore\ x^2+x-4=0$
이차항의 계수가 2 이므로 $2x^2+2x-8=0$

**13.** 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, \ -2-k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

**14.** 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $p$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $q$ 만큼 평행이동하였더니 점 $(3,\ -4)$, $(0,\ 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3,\ -4)$, $(0,\ 11)$ 을 지나므로
$-4 = 9 + 3b + c,\ 11 = c$
$3b = -24 \qquad \therefore\ b = -8$
$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$
$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$
꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -2)$ 에서 $(4,\ -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2,\ q = -3$ 이다.
$\therefore\ p + q = 2 - 3 = -1$

**15.** 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 $x$ 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

$x$ 절편을 $\alpha$, $\beta$ $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

**16.** 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

| |
|---|
| ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다. |
| ㉡ $y$ 절편은 3 이다. |
| ㉢ $x$ 절편은 두 개이다. |
| ㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다. |
| ㉤ 왼쪽 위를 향한다. |

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉣ ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나므로
$-4 = c$
$-1 = a + b + c$
$8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 $y$ 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

**17.** 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a-7)$ 을 지날 때, 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{3}$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 4a$
$= -3(x-1)^2 + 3 + 4a$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
$2a - 7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$ ,
$(3a+7)(a-1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}$ *or* $1$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

**18.** 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 $m$ 이라 할 때, $m$ 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$ ② $-1$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $1$ ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 $m$ 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

**19.** 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때, 이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\dfrac{3}{2}$ ② $-3$ ③ $-4$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $1$

해설

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이므로

$b = 3,\ c = -1$

$\therefore\ 2x^2 - 3x + 1 = 0,\ (2x - 1)(x - 1) = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

따라서 두 근의 합은 $\dfrac{3}{2}$ 이다.

**20.** 이차방정식 $x^2 - ax + b + 1 = 0$ 의 두 근이 각각 $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{q}$ 이고, $x^2 - 3ax + 4b = 0$ 의 두 근이 각각 $\frac{1}{p^2}$, $\frac{1}{q^2}$ 일 때, 상수 $a$, $b$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = 1$

해설

$x^2 - ax + b + 1 = 0$ 에서 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = a$

$\frac{1}{pq} = b + 1 \cdots$ ㉠

$x^2 - 3ax + 4b = 0$ 에서 $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a$

$\frac{1}{p^2q^2} = 4b \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 비교하면

$(b+1)^2 = 4b$, $(b-1)^2 = 0$ $\therefore b = 1$

$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^2 - \frac{2}{pq} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}$ 이므로

$a^2 - 2(b+1) = 3a$

$a^2 - 3a - 4 = 0$

$(a+1)(a-4) = 0$

$\therefore a = -1$ 또는 $a = 4$

그런데 $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a \geq 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

따라서 $a = 4$, $b = 1$ 이다.

**21.** 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta$ 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 $\alpha, \beta$ 이므로

$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서

두 근의 합은

$(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$

두 근의 곱은

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$

$= 7 - 5 + 1 = 3$

$\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$

$a = -3, b = 3$

$\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$

**22.** 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, $a$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$

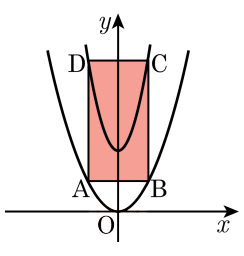
$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$

$a^2 + 100a - 2400 = 0$

$(a - 20)(a + 120) = 0$

$\therefore a = 20 \ (a > 0)$

**23.** 다음 그림에서 두 점 A, B 는 이차함수 $y = x^2$ 위의 점이고, 점 C, D 는 이차함수 $y = 3x^2+2$ 위의 점이다. 사각형 ABCD 에서 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)




▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

점 B 의 $x$ 좌표를 $a$ 라 하면
$A(-a,\ a^2)$, $B(a,\ a^2)$, $C(a,\ 3a^2+2)$, $D(-a,\ 3a^2+2)$
$2\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
$4a = 3a^2 + 2 - a^2 = 2a^2 + 2$
$(a-1)^2 = 0$
$\therefore\ a = 1$
따라서 $\square ABCD = 2 \times 4 = 8$ 이다.

**24.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2사분면을 지나지 않는다고 할 때, $a$의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$ ② $a \leq -\frac{3}{4}$ ③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$ ⑤ $a \geq -3$

해설

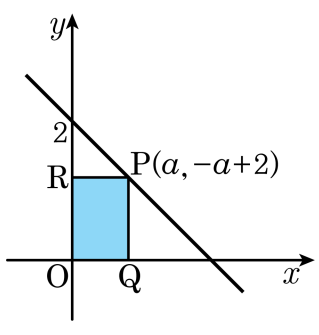
$y = a(x-2)^2 + 3 (a < 0)$

$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$

$(y$절편$) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$

$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$

**25.** 다음 그림과 같이 직선 $y=-x+2$ 위의 점 P 에서 $x$ 축과 $y$ 축에 내린 수선의 발은 각각 Q, R 이고, 점 P 의 좌표는 $(a, -a+2)$ , 직사각형 OQPR 의 넓이를 $y$ 라 할 때, $y$ 의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제1 사분면이다.)




▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

점 P 의 좌표는 $(a, -a+2)$ 이고 넓이는 $y$ 이므로

$y = a(-a+2) = -a^2 + 2a$

$= -(a^2 - 2a + 1) + 1$

$= -(a-1)^2 + 1$

따라서 $y$의 최댓값은 1 이다.