

1. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 m 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}, 1$

③ $-1, -\frac{1}{2}$

④ $-1, \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면

$$\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$$

$$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$$

$$2\alpha^2 = -m + 1$$

$$2m^2 + m - 1 = 0$$

$$(2m - 1)(m + 1) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \text{ 또는 } m = -1$$

2. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값은?

① -6

② -7

③ -8

④ 3

⑤ 5

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 그래프는 $y = -x^2 - 2$ 이고 이 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지나므로 $a = -4 - 2, a = -6$ 이다.

3. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -5

③ 3

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

4. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30 + 25x - 5x^2)$ m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

- ① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$30 + 25x - 5x^2 = 60$$

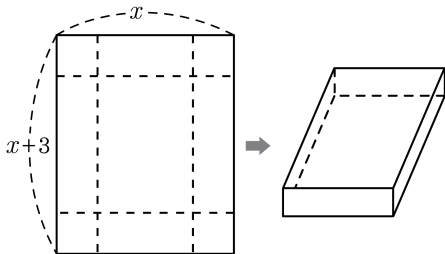
$$5(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$5(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

따라서 처음으로 60m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

5. 세로의 길이가 가로 길이의 3cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210cm^3 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로 길이는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

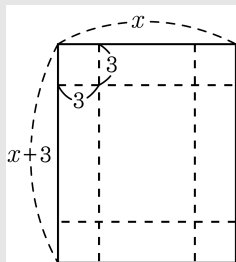
해설

상자 밑면의 가로는 $x-6$,
세로는 $(x+3)-6 = x-3$, 높이는 3
이다.

부피는 $(x-6)(x-3) \times 3 = 210$

$x^2 - 9x - 52 = 0$, $(x+4)(x-13) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (cm)



6. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로, 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7 인 원기둥의 부피 y

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = 6x^2$

㉡ $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수

㉢ $y = \pi x^2$

㉣ $y = 7\pi x^2$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

7. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2, 3)$ 을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2, 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

8. 이차함수 $y = x^2 - 4$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$y = x^2 - 4$ 의 그래프가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 을 지나므로
 $m = 1 - 4 = -3$, $n = 4 - 4 = 0$

$y = ax + b$ 에 두 점 $(-1, -3)$, $(2, 0)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{rcl} -3 & = & -a + b \\ -) & 0 = & 2a + b \\ \hline -3 & = & -3a \end{array}$$

$$a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 1 + 2 = 3$$

9. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$$y = ax^2 + 6x + q$$

① -45

② -54

③ -66

④ -76

⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$

$p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

10. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

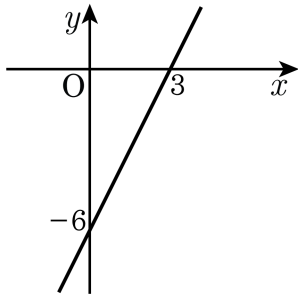
해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

11. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 6^2 - 2 \cdot 8$$

$$= 36 - 16$$

$$= 20$$

12. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

14. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지나므로

$$-4 = 9 + 3b + c, \quad 11 = c$$

$$3b = -24 \quad \therefore b = -8$$

$$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$$

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$ 에서 $(4, -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p + q = 2 - 3 = -1$$

15. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

16. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉤ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉥ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉢

③ ㉢,㉤

④ ㉢,㉤

⑤ ㉤,㉥

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

17. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 4a \\&= -3(x-1)^2 + 3 + 4a\end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

19. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - ax + b + 1 = 0$ 의 두 근이 각각 $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$ 이고, $x^2 - 3ax + 4b = 0$ 의 두 근이 각각 $\frac{1}{p^2}, \frac{1}{q^2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$$x^2 - ax + b + 1 = 0 \text{ 에서 } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = a$$

$$\frac{1}{pq} = b + 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$x^2 - 3ax + 4b = 0 \text{ 에서 } \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a$$

$$\frac{1}{p^2q^2} = 4b \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 비교하면

$$(b + 1)^2 = 4b, (b - 1)^2 = 0 \quad \therefore b = 1$$

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^2 - \frac{2}{pq} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 2(b + 1) = 3a$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a + 1)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 4$$

그런데 $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a \geq 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

따라서 $a = 4, b = 1$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은

$$(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$$

두 근의 곱은

$$\begin{aligned}(\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \\ &= 7 - 5 + 1 = 3\end{aligned}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$a = -3, b = 3$$

$$\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$$

22. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

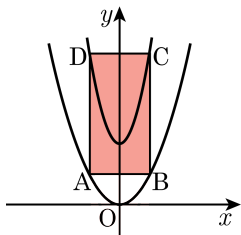
$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$

23. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = 3x^2 + 2$ 위의 점이다. 사각형 ABCD에서 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 B의 x 좌표를 a 라 하면

$$A(-a, a^2), B(a, a^2), C(a, 3a^2 + 2), D(-a, 3a^2 + 2)$$

$$2\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$4a = 3a^2 + 2 - a^2 = 2a^2 + 2$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $\square ABCD = 2 \times 4 = 8$ 이다.

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

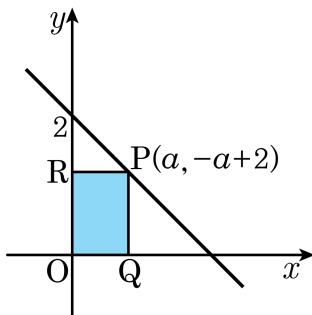
$$y = a(x - 2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

25. 다음 그림과 같이 직선 $y = -x + 2$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발은 각각 Q, R 이고, 점 P 의 좌표는 $(a, -a + 2)$, 직사각형 OQPR 의 넓이를 y 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제1 사분면이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 P 의 좌표는 $(a, -a + 2)$ 이고 넓이는 y 이므로

$$y = a(-a + 2) = -a^2 + 2a$$

$$= -(a^2 - 2a + 1) + 1$$

$$= -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 y 의 최댓값은 1 이다.