

1. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

그 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a < 0, b < 0$)

$$(x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1)m + (x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3) = 0$$

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.

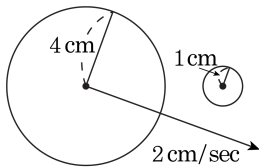
$$x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$$

연립하여 풀면 $(x, y) = (-3, -2), (1, -2)$

그러므로 $(a, b) = (-3, -2)$

2. 반지름의 길이가 1cm 인 원에 반지름의 길이가 4cm 인 원이 초속 2cm 의 속도로 그림과 같이 직선 방향으로 진행한다고 한다. 두 원의 중심거리의 최단거리는 2cm 라 할 때, 반지름의 길이가 1cm 인 원 전체가 몇 초동안 반지름의 길이 4cm 인 원 안에 완전히 품기게 되는가?



① 1 초

② $\sqrt{2}$ 초

③ $\sqrt{3}$ 초

④ 2 초

⑤ $\sqrt{5}$ 초

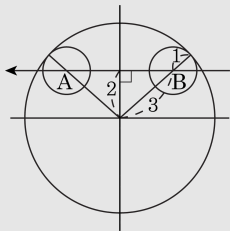
해설

작은 원이 큰 원 안에 포함되기 위해서는
내접해야 하므로,

$$\overline{AB} = 2 \times \sqrt{9 - 4} = 2\sqrt{5} \text{ 이고,}$$

2 cm/s로 움직이므로,

$$\frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}(\text{초}) \text{ 가 된다.}$$



3. 두 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 의 공통접선의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에서 이 원의 중심을 C_1 이라
하면 점 C_1 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고
반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 에서
 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 이므로
이 원의 중심을 C_2 이라 하면
점 C_2 의 좌표는 $(3, 3)$ 이고
반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1 C_2} = 5$ 이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로
두 원은 서로 외접하게 된다.
따라서 공통접선은 3 개이다.

4. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

① 6

② 9

③ -6

④ -9

⑤ 4

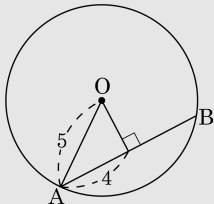
해설

$$\begin{cases} y = x + k \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + (y + 3)^2 = 25 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점을 A, B 라 하면

$\overline{AB} = 8$, $\overline{OA} = 5$ 이므로

점 O 에서 $\textcircled{1}$ 에 이르는 거리는 3 이다.



$$\frac{|3 + k|}{\sqrt{1 + 1}} = 3, \quad k^2 + 6k - 9 = 0$$

k 값의 합 $\Rightarrow -6$

5. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 x 축이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구할 때 기울기는? (단, 기울기는 양수이다.)

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

각의 이등분선은 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점들이다. 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에서 각의 두 변인 x 축과 직선

$$y = \frac{4}{3}x \text{ 에 이르는 거리는 같다. } |y| = \frac{|4x - 3y|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}, y = \pm \frac{4x - 3y}{5}$$

기울기가 양수이므로 $y = \frac{1}{2}x$, 기울기는 $\frac{1}{2}$

6. 직선 $y = mx + n (m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

㉠ $a + bm = 0$

㉡ $p + qm = 0$

㉢ $ap + bq = 0$

㉠ ㉠

㉡ ㉡

㉢ ㉡, ㉢

㉣ ㉠, ㉢

㉤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$$

$$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{I) } \textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$$

$$\therefore a + bm = 0$$

$$\text{II) } \textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left(-\frac{p}{q} \right) = -1$$

$$\therefore mp - q = 0$$

7. 두 점 $A(-2, 6)$, $B(2, -4)$ 를 잇는 선분을 $t:1-t$ 로 내분하는 점이 제 4사분면에 있도록 t 의 값의 범위를 정하면?

① $t > \frac{1}{2}$ ② $t > \frac{3}{5}$ ③ $t > \frac{3}{4}$ ④ $t < \frac{2}{5}$ ⑤ $t < \frac{1}{6}$

해설

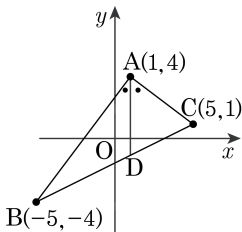
$$\text{내분점 } (2t + (1-t)(-2), -4t + (1-t)6) = (4t-2, -10t+6)$$

$$\therefore 4t-2 > 0 \text{ 이고 } -10t+6 < 0$$

$$\therefore t > \frac{1}{2} \text{ 이고 } t > \frac{3}{5}$$

$$\therefore t > \frac{3}{5}$$

8. 다음 그림과 같이 세점 $A(1, 4)$, $B(-5, -4)$, $C(5, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?



- ① 1 : 1 ② $\sqrt{2} : 1$ ③ $\sqrt{3} : 1$
 ④ 2 : 1 ⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 이고
 각의 이등분선정리에 의해

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 2 : 1$$