

1. $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 이고, x 는 자연수일 때, 이차방정식 $(x - 5)^2 = 1$ 의 해는?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$ 이다.
따라서 x 는 1, 2, 3, 4이다.
 $x = 4$ 일 때, $(4 - 5)^2 = 1$ 을 만족한다.

2. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
 a 의 값에 관계없이 성립하므로
 $(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
 $p = 9, q = -9$ 이다.
 $\therefore p + q = 0$

3. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

4. 이차방정식 $x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$$

$$x^2 + 4ax = -6a - 4$$

$$(x + 2a)^2 = -6a - 4 + 4a^2$$

따라서 $-a - 4 + a^2 = 0$ 이므로

$$(4a + 2)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2 \text{ 이다.}$$

5. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

6. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0$$
$$x^2 - 5x = -\frac{1}{2}$$
$$x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가})$$
$$(x + (\text{나}))^2 = (\text{다})$$
$$x + (\text{나}) = \pm(\text{라})$$
$$\therefore x = (\text{마})$$

- ① (가): $\frac{25}{4}$

② (나): $-\frac{5}{2}$

③ (다): $\frac{27}{4}$
- ④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

7. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

9. 이차방정식 $(x-3)^2 = 2(x+4)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 2(x+4) \\ x^2 - 8x + 1 &= 0 \\ \alpha + \beta &= 8, \alpha\beta = 1, \sqrt{\alpha\beta} = 1 \\ (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 10 \\ \sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로} \\ \therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} &= \sqrt{10}\end{aligned}$$

10. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 78이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78, n(n+1) = 156,$$

$$n^2 + n - 156 = 0,$$

$$(n+13)(n-12) = 0,$$

$$n = -13 \text{ 또는 } n = 12,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 12$ 이다.

11. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답 : 13명

해설

만 친구들을 x 라고 하면,
 $x(x-6) = 91$ 이므로
 $x^2 - 6x - 91 = 0$
 $(x+7)(x-13) = 0$
 따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

12. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

줄인 원의 반지름 : $r - 3$

$$\pi(r - 3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

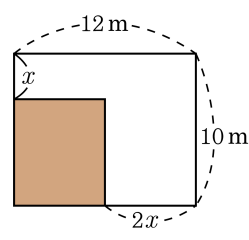
$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r - 2)(r - 6) = 0$$

$$\therefore r = 6 \text{ cm } (r > 3 \text{ 이므로})$$

13. 가로, 세로의 길이가 각각 12 m, 10 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 $2x$ m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 42 m^2 가 되게 하려고 한다. 이 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(12 - 2x)(10 - x) &= 42 \\ 120 - 32x + 2x^2 &= 42 \\ 2x^2 - 32x + 78 &= 0 \\ 2(x^2 - 16x + 39) &= 0 \\ 2(x - 3)(x - 13) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \quad (\because 0 \leq x \leq 10)\end{aligned}$$

14. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2 + 1 = 0$

② $y = -x^2 + 5x + 2$

③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2$

④ $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.

③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

15. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에서 $f(2) + f(0)$ 의 값은?

① 0

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

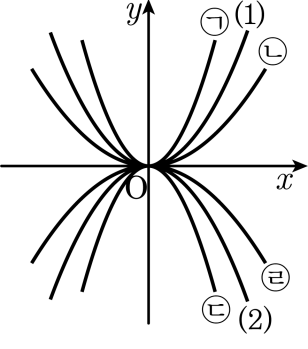
해설

$$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3$$

$$f(0) = -3$$

$$\therefore -3 - 3 = -6$$

16. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \cdots (1)$, $y = -x^2 \cdots (2)$ 이다. 이 때, $y = -\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프로 적당한 것은?



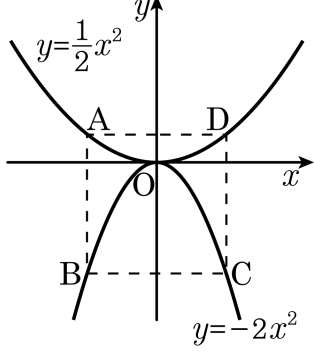
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 보다 폭이 넓다.

17. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, □ABCD 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



- ① $\frac{2}{25}$
- ② $\frac{4}{25}$
- ③ $\frac{6}{25}$
- ④ $\frac{8}{25}$
- ⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 $B(a, -2a^2)$,
 $D\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로
 $2a = \left\{\frac{1}{2}a^2 - (-2a^2)\right\}$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$) 이다.
따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

18. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시키면 점 $(-1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -3x^2 + 2$
(-1, a)를 지나므로
 $a = -3 + 2$
 $\therefore a = -1$

19. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

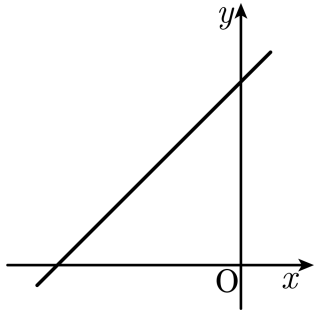
해설

$$y = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

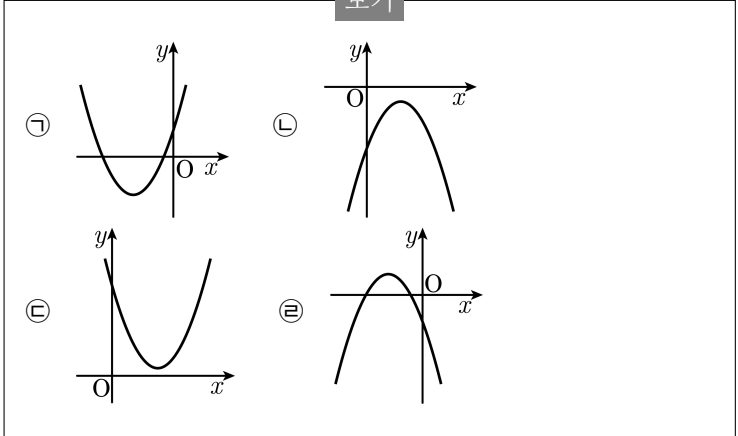
$$a = 3, b = -12, c = 17$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 12 + 17 = 8$$

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

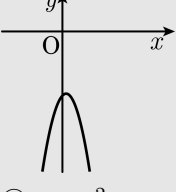
21. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = x^2 - 4x + 2$
- ② $y = -3x^2 + x - 3$
- ③ $y = x^2 - 2x - 3$
- ④ $y = -2x^2 + 8x - 7$
- ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2$

해설

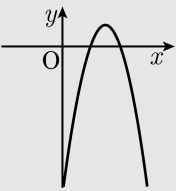
① $y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$
꼭짓점이 (2, -2)로 제 4사분면에 있고, y 절편은 2인 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

② $y = -3x^2 + x - 3 = -3(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}) - 3 = -3(x - \frac{1}{6})^2 - \frac{35}{12}$
꼭짓점은 ($\frac{1}{6}$, $-\frac{35}{12}$)이고, y 절편이 -3이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 3, 4 사분면을 지난다.



③ $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 2)^2 - 4$
꼭짓점은 (1, -4)이고, y 절편이 -3이면서 아래로 볼록한 그래프로, 모든 사분면을 지난다.

④ $y = -2x^2 + 8x - 7 = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 7 = -2(x - 2)^2 + 1$
꼭짓점은 (2, 1)이고, y 절편이 -7이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2 = 2(x - 1)^2$
꼭짓점은 (1, 0)이고, y 절편이 2이면서 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2 사분면을 지난다.

22. 축의 방정식이 $x = 1$ 이고, 점 $(-2, 0)$ 을 지나며 y 절편이 3 인 이차 함수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

축이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점 $(-2, 0), (0, 3)$ 을 지나므로

$$0 = a(-2 - 1)^2 + q, 9a + q = 0$$

$$3 = a(0 - 1)^2 + q, a + q = 3$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{8}, q = \frac{27}{8}$$

$$y = -\frac{3}{8}(x - 1)^2 + \frac{27}{8}$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{27}{8}$ 을 갖는다.

23. 함수 $f(x) = \frac{-4}{\sqrt{px^2 + 2x - p + 3}}$ 가 최솟값을 가질 때, 정수 p 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

분모가 항상 음수이므로 주어진 함수가 최소가 될 때는 함수 $y = px^2 + 2x - p + 3 \cdots \textcircled{A}$ 이 최댓값을 가질 때이다.
만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함수값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.

따라서 $p > 0 \cdots \textcircled{B}$

$D = p^2 - 3p + 1 < 0 \cdots \textcircled{C}$ 의 두 식이 모두 만족되면, $\textcircled{A}$ 이 양의 최솟값을 갖는다.

$$p^2 - 3p + 1 < 0 \text{ 에서 } \frac{3 - \sqrt{5}}{2} < p < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

따라서 정수 p 의 최댓값은 2 이다.

24. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

① 가로 6 cm, 세로 8 cm

② 가로 7 cm, 세로 7 cm

③ 가로 8 cm, 세로 9 cm

④ 가로 8 cm, 세로 8 cm

⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

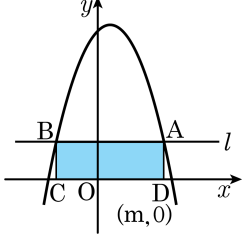
해설

가로의 길이를 x cm , 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm , 넓이를 y cm² 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(14 - x) \\&= -x^2 + 14x \\&= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\&= -(x - 7)^2 + 49\end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

25. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{31}{4}$
- ③ 10
- ④ $\frac{49}{4}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$
(□ABCD둘레의 길이)

$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$

$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$

$= 2(-m^2 + 3m + 5)$

$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.