

1. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x+3)(x-2)=0, x^2+4x+3=0$$

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

$$x^2+4x+3=0$$

$$(x+3)(x+1)=0$$

$$x=-3 \text{ 또는 } x=-1$$

따라서 공통근은 -3 이다.

2. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2 + 10x = 5$, $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합 $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱 $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a + b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

3. 연속하는 두 자연수의 곱이 132 일 때, 두 수 중 작은 수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x(x+1) = 132$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

$$(x+12)(x-11) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 11$$

x 는 자연수이므로 $x = 11$ 이다.

4. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$

② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x - 2)^2$

④ $y = 4(x + 2)^2$

⑤ $y = 4(x - 2)^2 + 2$

해설

$$y = 4x^2 - 2$$

5. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(4, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 6

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(4, m)$ 을 지나므로

$$m = (4 - 2)^2$$

$$\therefore m = 4$$

6. 이차함수 $y = -7(x + 2)^2 + 3$ 의 축과 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -2$

② 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -3$

③ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

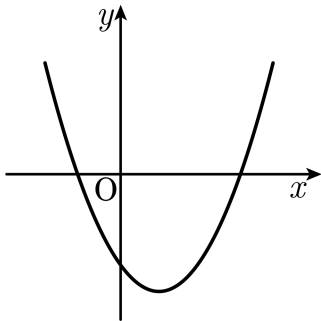
④ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = 3$

⑤ 꼭짓점 $(2, 3)$, 축 $x = 2$

해설

꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

7. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호로 옳은 것은?



① $a < 0, p > 0, q > 0$

② $a > 0, p < 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q > 0$

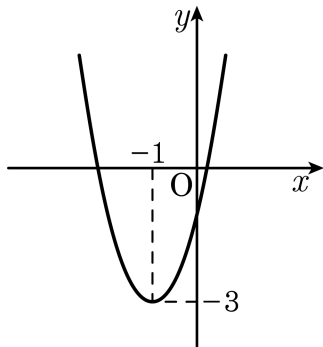
④ $a > 0, p > 0, q < 0$

⑤ $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이고,
꼭짓점 (p, q) 는 제4 사분면에 있으므로 $p > 0, q < 0$ 이다.

8. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



① $y = 2(x + 1)^2 - 3$

② $y = 2(x - 1)^2 - 3$

③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$

④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

9. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

10. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근을 A , $x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근을 B 라고 할 때, 다음을 구하여라.

$$A^2 - 3A + B^2 + 4B$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

$2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근이 A 이므로

$$2A^2 - 6A - 1 = 0, 2A^2 - 6A = 1, A^2 - 3A = \frac{1}{2}$$

$x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근이 B 이므로

$$B^2 + 4B - 12 = 0, B^2 + 4B = 12$$

$$\therefore A^2 - 3A + B^2 + 4B = \frac{1}{2} + 12 = \frac{25}{2}$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$2(x - 4x + 4) = 0$$

$$2(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

12. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 3(x+1)^2 - x^2$

㉡ $y = \frac{1}{x^2}$

㉢ $y = 4x(x-1)$

㉣ $y = 2(x-1)(x+1)$

㉤ $y = (2x-1)^2 - 4x^2$

㉥ $y = \left(\frac{1}{x-1}\right)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤은 정리하면 $y = -4x + 1$ 이고, ㉡, ㉥은 분수함수이므로 이차함수가 아니다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 두 점 $(-1, p)$, $(1, q)$ 를 지나고 $p - q = -8$ 일 때, $b^2 - 3b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

두 점 $(-1, p)$, $(1, q)$ 를 지나므로 대입하면 $p = a - b + c$, $q = a + b + c$ 이다.

두 식을 연립하면 $p - q = -2b = -8$, $b = 4$ 이다.

따라서 $b^2 - 3b = 4^2 - 3 \times 4 = 4$ 이다.

14. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

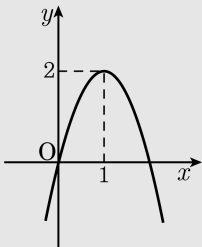
③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제 1,3사분면

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= -2(x - 1)^2 + 2\end{aligned}$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 (1,2)이고 y절편은 0이다.

15. 세 점 $(0, -8), (1, -5), (3, -5)$ 를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, -3)$

② $(1, 4)$

③ $(-2, 3)$

④ $(2, -3)$

⑤ $(2, -4)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$$c = -8, a + b - 8 = -5, 9a + 3b - 8 = -5$$

$$\therefore a = -1, b = 4, c = -8$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 8$$

$$= -(x - 2)^2 - 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이다.

16. 다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = 2x^2 + 4x + 7$

④ $y = 7x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 5$

해설

① $y = 2x^2$: 최솟값은 0 이다.

② $y = x^2 + 2x + 1, y = (x + 1)^2$: 최솟값은 0 이다.

③ $y = 2x^2 + 4x + 7 = y = 2(x + 1)^2 + 5$: 최솟값은 5 이다.

④ $y = 7x^2 - 2$: 최솟값은 -2 이다.

⑤ $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 5$: 최솟값은 -5

17. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

① 90

② 92

③ 98

④ 100

⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.

18. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

20. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

21. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

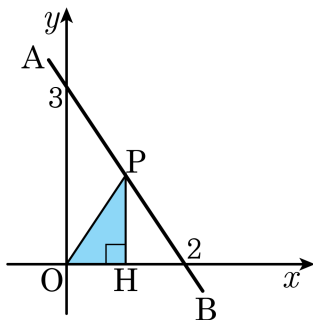
$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$\therefore (-6, -7), (2, 9)$$

$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.

교점 $(-6, -7)$, $(2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60이다.

22. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

23. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 p, q 가 p 는 약수가 2 개인 소수, q 는 홀수이고, $p^2 + q = 25$ 를 만족할 때, $\frac{b^2c + bc^2}{a^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18354

해설

$p^2 = 25 - q$ 이고 q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이다.

즉 p 도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로 $p = 2$

$$\therefore q = 21$$

따라서 이차방정식은

$$a(x - 2)(x - 21) = ax^2 - 23ax + 42a = 0$$

$$\therefore b = -23a, c = 42a$$

따라서

$$\begin{aligned} \frac{b^2c + bc^2}{a^3} &= \frac{bc(b + c)}{a^3} \\ &= \frac{-23a \times 42a \times (-23a + 42a)}{a^3} \\ &= (-23) \times 42 \times 19 \\ &= -18354 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 $-2, 5$ 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \text{ 가 두 근이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } 3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 } 5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0 \text{ 이다.}$$

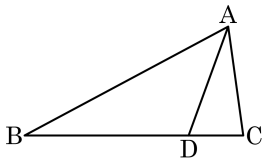
그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$

25. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립한다.

$\overline{CD} = x$ 라 놓으면

$$2x : 8 = x : 2x$$

$$4x^2 = 8x, x^2 - 2x = 0$$

따라서 $x = 2$ 이다.