1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $y \div 5 = \frac{y}{5}$ ② $x \div (-y) = -\frac{y}{x}$

③ $a \div b \div c = \frac{ab}{c}$ ④ $a \div (a+b) = \frac{a+b}{a}$

⑤ $(x-y) \div 5 = \frac{(x-y)}{5}$

해설

② $x \div (-y) = -\frac{x}{y}$

③ $a \div b \div c = \frac{a}{bc}$

④ $a \div (a+b) = \frac{a}{a+b}$

2. $a \div (b+c) \div (-2)$ 을 나눗셈 기호를 생략하여 나타내면?

① $\dfrac{-2a}{(b+c)}$ ② $\dfrac{a}{(b+c)} - 2$ ③ $\dfrac{(b+c)}{-2a}$
④ $\dfrac{ab}{-2c}$ ⑤ $\dfrac{a}{-2(b+c)}$

해설

$a \div (b+c) \div (-2) = a \times \dfrac{1}{b+c} \times \dfrac{1}{-2} = \dfrac{a}{-2(b+c)}$ 이다.

3. $\dfrac{3a}{2x+y}$ 을 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 \times a \times (2 \times x + y)$　② $3 \times a \div 2 \times x + y$

③ $3 \times a \div (2 \times x + y)$　④ $3 \div a \div (2 \times x + y)$

⑤ $3 \div a \div 2 \times x + y$

해설

③ $3 \times a \div (2 \times x + y) = 3 \times \dfrac{a}{2x+y} = \dfrac{3a}{2x+y}$

4. 다음 식을 기호 $\times$, $\div$ 를 써서 나타내어라.

$\frac{2x+y}{z} - \frac{ax}{4}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $(2 \times x + y) \div z - (a \times x \div 4)$

해설

수와 문자, 문자와 문자 사이의 곱셈 기호는 생략이 가능하다.
따라서 $(2 \times x + y) \div z - (a \times x \div 4)$ 이다.

5. A 지점에서 출발하여 150 km 떨어진 B 지점을 시속 60 km 로 a 시간 동안 갔을 때, 남은 거리를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : $150 - 60a$ km

해설

간 거리 : (거리) = (시간) × (속력) = $60 \times a = 60a$(km)
남은 거리: $(150 - 60a)$(km)

6. 다음 주어진 문장을 문자를 사용한 식으로 나타내면?

x km 의 거리를 시속 3 km 로 걸어 갈 때 걸린 시간

① $\frac{x}{3}$ 시간 ② $\frac{3}{x}$ 시간 ③ $3x$ 시간
④ $x+3$ 시간 ⑤ x^3 시간

해설

$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} = \frac{x}{3}$

7. $x\%$ 의 소금물 100 g 과 $y\%$ 소금물 200 g 을 섞었을 때 이 소금물의 농도를 문자 x, y 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 : $\%$

▷ 정답 : $\frac{x+2y}{3}\%$

해설

$x\%$ 의 소금물 100 g 에 들어있는 소금의 양 : $\frac{x}{100}\times 100 = x(\mathrm{g})$

$y\%$ 의 소금물 200 g 에 들어있는 소금의 양 : $\frac{y}{100}\times 200 = 2y(\mathrm{g})$

따라서, 농도는 $\frac{x+2y}{300}\times 100 = \frac{x+2y}{3}(\%)$ 이다.

8. 농도가 $x\,\%$ 인 소금물 $300\,\mathrm{g}$ 속에 들어 있는 소금의 양을 x 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : $3x\,\mathrm{g}$

해설

$\dfrac{x \times 300}{100} = 3x(\,\mathrm{g})$

9. 다음 중 다항식 $-\frac{x^2}{2}+4x-1$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 항은 모두 2 개이다.
② 차수는 3 이다.
③ 상수항은 1 이다.
④ x^2 의 계수는 $-\frac{1}{2}$ 이다.
⑤ x 에 대한 일차식이다.

해설

① 항은 $-\frac{x^2}{2}$, $4x$, -1 이므로 3 개이다.

② $-\frac{x^2}{2}$ 의 차수가 가장 크므로 차수는 2 이다.

③ 상수항은 -1 이다.

⑤ 다항식의 차수가 2 이므로 x 에 대한 이차식이다.

10. 다항식 $-7x^3-\frac{1}{5}x+2y-1$ 에서 항의 개수는 a 개 이고, 상수항은 b , x 의 계수는 c 이다. 이 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-b+c=\frac{24}{5}$

해설

$-7x^3-\frac{1}{5}x+2y-1$ 의 항의 개수는 4개이고, 상수항은 -1 , x 의 계수는 $-\frac{1}{5}$ 이다.

따라서 $a-b+c=4-(-1)+\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=5+\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=\frac{25}{5}-\frac{1}{5}$

$=\frac{24}{5}$

11. $x=-\frac{1}{2}$ 일 때, $5x^2+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{4}$

해설

$x=-\frac{1}{2}$ 에서 $x^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ 이므로 $5x^2=\frac{5}{4}$, $\frac{1}{x^2}=4$ 이다.

$\therefore\ 5x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{5}{4}+4=\frac{5}{4}+\frac{16}{4}=\frac{21}{4}$

12. $x : y = 1 : 2$ 일 때, $\frac{2x+y}{x+y} + \frac{x-2y}{x-y} - \frac{x^2+xy+y^2}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{44}{15}$

해설

$x = a$, $y = 2a$ 라고 하면

$$\frac{2x+y}{x+y} + \frac{x-2y}{x-y} - \frac{x^2+xy+y^2}{x^2+y^2}$$
$$= \frac{2a+2a}{3a} + \frac{a-4a}{a-2a} - \frac{a^2+2a^2+4a^2}{a^2+4a^2}$$
$$= \frac{4}{3} + \frac{-3}{-1} - \frac{7}{5} = \frac{20+45-21}{15} = \frac{44}{15}$$

13. a, b, c, d, e 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례대로 쓴 것은?

㉠ $0.75x - 0.5 - \dfrac{-3x+9}{5} = \dfrac{ax-b}{10}$

㉡ $\dfrac{cx+4}{5} - 0.6x = -\dfrac{1}{10}x + 0.8$

㉢ $\dfrac{3x+1}{4} - \left(0.45x - \dfrac{1}{5}\right) = \dfrac{-dx-e}{10}$

① 23, −3　② 23, −4　③ 23, −4.5

④ 13.5, −2　⑤ 13.5, −4.5

해설

㉠ $0.75x - 0.5 - \dfrac{-3x+9}{5}$

$= 0.75x - 0.5 - (-0.6x + 1.8)$

$= 0.75x - 0.5 + 0.6x - 1.8$

$= 1.35x - 2.3$

$= \dfrac{ax-b}{10}$

이므로 $a = 13.5$, $b = 23$ 이다.

㉡ $\dfrac{cx+4}{5} - 0.6x$

$= \left(\dfrac{2c-6}{10}\right)x + 0.8$

$= -\dfrac{1}{10}x + 0.8$

이므로 $2c - 6 = -1$　　$\therefore\ c = 2.5$

㉢ $\dfrac{3x+1}{4} - \left(0.45x - \dfrac{1}{5}\right)$

$= 0.75x + 0.25 - 0.45x + 0.2$

$= 0.3x + 0.45$

$= \dfrac{-dx-e}{10}$

이므로 $-d = 3$, $-e = 4.5$

$\therefore\ d = -3,\ e = -4.5$

따라서 가장 큰수는 $b = 23$, 가장 작은 수는 $e = -4.5$ 이다.

14. $F(n) = (-1)^n (a+b) + (-1)^{n+1} (a-2b+1)$ 일 때, $F(1) - F(2) + F(3) - F(4) + F(5) - \cdots + F(1003) - F(1004)$ 를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $-3012b + 1004$

해설

n 이 홀수일 때

$F(n)$

$= (-1)(a+b) + (+1)(a-2b+1)$

$= -a - b + a - 2b + 1$

$= -3b + 1$

n 이 짝수일 때

$F(n)$

$= (+1)(a+b) + (-1)(a-2b+1)$

$= a + b - a + 2b - 1$

$= 3b - 1$

$-F(n) = -3b + 1$

$\therefore \ F(1) - F(2) + F(3) - F(4) + F(5) - \cdots + F(1003) - F(1004)$

$= F(1) + (-F(2)) + F(3) + (-F(4)) + F(5) - \cdots + F(1003) + (-F(1004))$

$= (-3b + 1) \times 1004$

$= -3012b + 1004$

15. $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{2}{3}$, $c=\frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{43}{24}$

해설

$$\begin{aligned} b\div a+c\div b+a\div c &= -\frac{2}{3}\div\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\div\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}\div\frac{3}{4} \\ &= -\frac{2}{3}\times 2+\frac{3}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{4}{3} \\ &= -\frac{4}{3}-\frac{9}{8}+\frac{2}{3} \\ &= -\frac{43}{24} \end{aligned}$$

16. $x=-\frac{1}{2}, y=-3$ 일 때, $\frac{3x+y}{4}-2\left(\frac{3}{2}y-x\right)$ 의 값은?

① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{22}{8}$ ③ $\frac{33}{8}$ ④ $\frac{44}{8}$ ⑤ $\frac{55}{8}$

해설

주어진 식을 정리하면

$\frac{3x+y}{4}-2\left(\frac{3}{2}y-x\right)=\frac{3x+y}{4}-3y+2x$ 이다.

$=\frac{11}{4}x-\frac{11}{4}y$

정리된 식에 $x=-\frac{1}{2}, y=-3$ 을 대입한다.

$\frac{11}{4}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{11}{4}\right)\times(-3)=-\frac{11}{8}+\frac{66}{8}$

$=\frac{55}{8}$

17. $a(x-2)-(x+3b)$ 의 x의 계수가 1 이고, 상수항이 5일 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab=-6$

해설

$$\begin{aligned} a(x-2)-(x+3b) &= ax-2a-x-3b \\ &= (a-1)x-2a-3b \end{aligned}$$

$a-1=1$

$\therefore\ a=2$

$-2a-3b=5$ 에 $a=2$ 를 대입하면

$-2\times 2-3b=5$

$3b=-9$

$\therefore\ b=-3$

$\therefore\ ab=2\times(-3)=-6$

18. 다항식 $2x^a + 5x + b$가 다음 조건을 만족할 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

조건

a, b는 유리수이다.
x에 대한 2차식이다.
모든 계수와 상수항의 합은 -9이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -16$

해설

x에 대한 이차식이므로 x^2 항이 있어야 한다.
$\therefore a = 2$
모든 계수와 상수항을 더하면 $2 + 5 + b = -9$
$\therefore b = -16$

19. 어떤 직사각형의 가로의 길이를 20% 늘이고, 세로의 길이를 20% 줄이면, 직사각형의 넓이는 몇 % 증가 또는 감소하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답 :

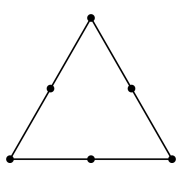
▷ 정답 : 4 %

▷ 정답 : 감소

해설

직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 두면,
(직사각형의 넓이)= ab
가로의 길이를 20% 늘이고 세로의 길이를 20% 줄이면, 가로는 $1.2a$, 세로는 $0.8b$ 가 된다.
(이 직사각형의 넓이)= $0.96ab$
따라서 가로의 길이를 20% 늘이고 세로의 길이를 20% 줄이면, 직사각형의 넓이는 4% 감소한다.

20. 한 변의 길이가 a cm 인 정삼각형의 둘레에 일정한 간격으로 구슬을 놓는다. 첫 번째는 세 꼭짓점에 구슬을 놓고 두 번째는 구슬과 구슬의 중점에 구슬을 놓는다. 계속해서 가장 가까운 두 구슬의 중점에 구슬을 놓는 것을 n 번 반복하였을 때, 놓인 구슬의 수와 구슬과 구슬의 사이의 간격이 얼마인지 a, n 을 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 : (개)

▶ 답 : (cm)

▷ 정답 : $3 \times 2^{n-1}$ (개)

▷ 정답 : $\frac{a}{2^{n-1}}$ (cm)

해설

$n = 1$ 일 때, 구슬의 수는 3 개, 간격은 a 이다.

$n = 2$ 일 때, 구슬의 수는 6 개, 간격은 $\frac{a}{2}$ 이다.

$n = 3$ 일 때, 구슬의 수는 12 개, 간격은 $\frac{a}{4}$ 이다.

$n = 4$ 일 때, 구슬의 수는 24 개, 간격은 $\frac{a}{8}$ 이다.

$\therefore n$ 일 때, 구슬의 수는 $3 \times 2^{n-1}$ (개) 이고 간격은 $\frac{a}{2^{n-1}}$ (cm) 이다.

21. 바둑돌을 한 변에 n 개씩 있게 정사각형 모양으로 배열한 후, 이 배열을 하나의 가로줄에 $n+1$ 개씩 들어가도록 바꾸었을 때, n 개가 다 들어가지 않는 줄에 있는 바둑돌의 개수를 $S(n)$ 이라고 정의한다.

$<n=5$ 일 때의 예$>$ S(5)이면 바둑돌의 개수는 16개이고, $S(5)=1$

$n \geq 5$ 일 때, $S(n)$ 을 n 을 사용한 식으로 나타내어라.

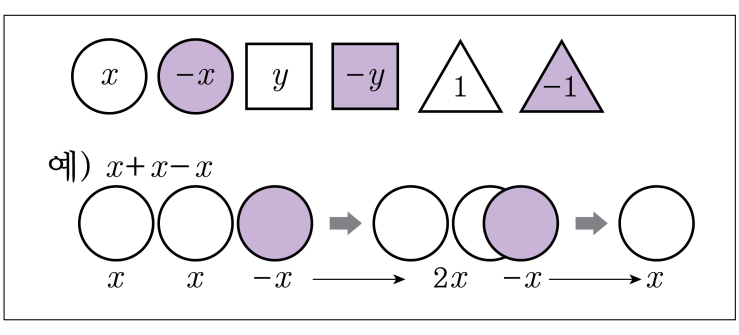
▶ 답:

▷ 정답: $n-4$

해설

$n=6$ 이면 바둑돌의 개수는 20 개이고, $S(6)=2$
$n=7$ 이면 바둑돌의 개수는 24 개이고, $S(7)=3$
$n=8$ 이면 바둑돌의 개수는 28 개이고, $S(8)=4$
$n=9$ 이면 바둑돌의 개수는 32 개이고, $S(9)=5$
한 변에 n개씩 있을 때, 바둑돌의 개수는 $(4n-4)$ 개이고, $S(n)$ 은 $(4n-4)$ 를 n 으로 나눈 나머지가 된다.
$\therefore S(n)=n-4$

22. 각각의 대수그림이 뜻하는 것은 다음과 같다. 예를 참고로 하여 다음 식을 간단히 하여라. (단, 대수그림을 이용하는 그림풀이를 자세히 써라.)



(1) $2x-2+x+1$

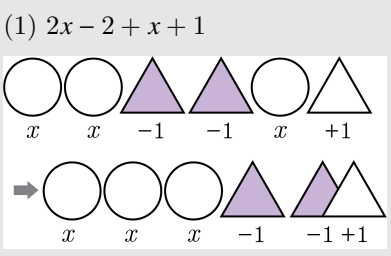
(2) $3y+2x-2y-x$

▶ 답:

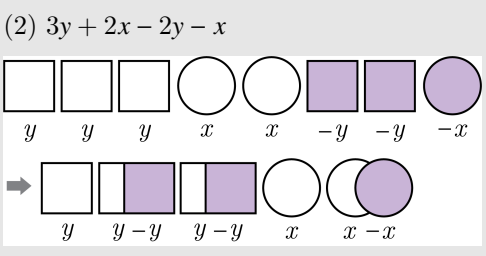
▷ 정답: 해설참조

해설

(1) $2x-2+x+1$



(2) $3y+2x-2y-x$



23. 0 이 아닌 두 수 x, y 에 대하여 $(x+y)(x-y) = 3xy$ 이고, $X = \dfrac{x^2+6xy-y^2}{2xy}$, $Y = \dfrac{(2x+y)(x-2y)}{xy}$ 일 때, $X+Y$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{15}{2}$

해설

$(x+y)(x-y) = 3xy$ 이므로, $x^2 = y^2 + 3xy$ 이다.

$$\therefore X = \frac{x^2+6xy-y^2}{2xy} = \frac{9xy}{2xy} = \frac{9}{2},$$

$$Y = \frac{(2x+y)(x-2y)}{xy} = \frac{2x^2-3xy-2y^2}{xy} = \frac{3xy}{xy} = 3$$

$$\therefore X+Y = \frac{9}{2}+3 = \frac{15}{2}$$

24. 수 a에서 2를 빼면 b 가 되고 b 에 2 를 곱하면 c 가 되고 c 에서 6 을 빼면 d 가 되고 d 에 3 을 더하면 e 가 되고 e 에서 x 를 빼면 a 가 된다. $a+b+c+d+e$ 를 x 를 이용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8x+33$

해설

$a-2=b,\ 2b=c,\ c-6=d,\ d+3=e,\ e-x=a$
위 식을 모두 더하면
$(a+b+c+d+e)+b-5-x=a+b+c+d+e$
$b=x+5,\ a=x+7,\ c=2x+10,$
$d=2x+4,\ e=2x+7$
$\therefore a+b+c+d+e=8x+33$