

1. 이차방정식 $x + 1 = (x - 5)^2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 63

② 66

③ 69

④ 73

⑤ 76

해설

$$x + 1 = (x - 5)^2, x^2 - 11x + 24 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 11$, $\alpha\beta = 24$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 121 - 48 = 73\end{aligned}$$

2. 다음 중 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있지 않은 점은?

① $(-2, 6)$

② $(-4, -24)$

③ $(0, 0)$

④ $(10, 150)$

⑤ $(3, \frac{27}{2})$

해설

② $x = -4$ 일 때, 함수값은 $\frac{3}{2} \times (-4)^2 = 24$ 이므로 점 $(-4, 24)$ 를 지난다.

3. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{4}{9}x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(4, k)$ 를 지났다.
이때, k 의 값을 구하면? (단, $k < 0$)

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

$y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 시킨 함수의 식은 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 4$ 이고, 점 $(4, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{3}{2} \times 4^2 + 4, k = -20$ 이다.

5. 꼭짓점이 $(-2, 3)$ 이고 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -\frac{1}{2})$

② $(0, -1)$

③ $(0, -\frac{3}{2})$

④ $(0, -2)$

⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 에 $(1, -6)$ 을 대입하면,

$$-6 = 1(1 + 2)^2 + 3, a = -1$$

$$y = -(x + 2)^2 + 3$$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$

$$\therefore (0, -1)$$

6. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고

a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여

$p = 9, q = -9$ 이다.

$\therefore p + q = 0$

7. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 = 0 \end{aligned}$$

$$k+3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k+3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$(k-1)(k-9) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 9$$

$$\therefore 1 \times 9 = 9$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4x - a - 1 = 0$$

$$2(x^2 - 2x + 1) = a + 3$$

$$2(x - 1)^2 = a + 3$$

$$(x - 1)^2 = \pm \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$$

$$x = 1 + \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{a + 3}{2}} = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$a + 3 = 6$$

$$\therefore a = 3$$

9. 그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식을 $y = \frac{1}{2}(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 1$ 이다.

따라서 $p = -3, q = 1$ 이다.

$\therefore p + q = -2$

10. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

11. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

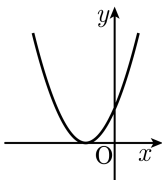
해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.

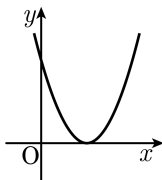
따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

12. 일차함수 $y = ax + b (a \neq 0, b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

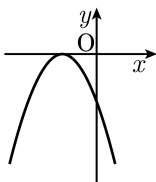
①



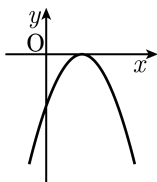
②



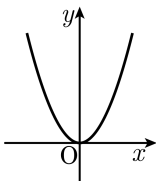
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b < 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

13. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다. 이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\&= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\&= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a\end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

14. 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 3을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -6$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$ 이므로

$y = 3(x - 1)^2 + 3$ 을 전개하면 $y = 3x^2 - 6x + 6$

따라서 $b = -6, c = 6$ 이다.

15. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

16. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

17. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의 $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

원가 : 1000원

정가 : $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$

18. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권

② 9 권

③ 12 권

④ 16 권

⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$

② $a \leq -\frac{4}{3}$

③ $a < \frac{3}{4}$

④ $a \leq -\frac{3}{4}$

⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.

즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

20. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

21. 이차방정식 $kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 를 해로 갖는다고 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4k + 2p + 6 - qk = 3$$

k 에 대하여 식을 정리하면

$$(4 - q)k + 2p + 3 = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$4 - q = 0$, $2p + 3 = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore p + q = -\frac{3}{2} + 4 = \frac{5}{2}$$

22. 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 할 때, 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되는 경우의 수는 얼마인지 구하여라. (단, 중근은 두 근으로 본다.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

이차방정식의 정수근을 α, β 라 하면,

$$x^2 - ax + b = (x - \alpha)(x - \beta)$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } b = 1$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 2$$

$$a = 4 \text{ 일 때, } b = 3, 4$$

$$a = 5 \text{ 일 때, } b = 4, 6$$

$$a = 6 \text{ 일 때, } b = 5$$

그러므로 두 근이 모두 정수가 되는 순서쌍은

(2, 1), (3, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 4), (5, 6), (6, 5) 의 7 개이다.

23. 이차방정식 $ax^2 + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p - k, q - k$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

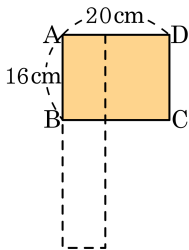
해설

$ax^2 + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이므로 $p + q = 0$

$x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 의 두 근이 $p - k, q - k$ 이므로 $p + q - 2k = 2$

$\therefore k = -1$

24. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어났다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면

처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$

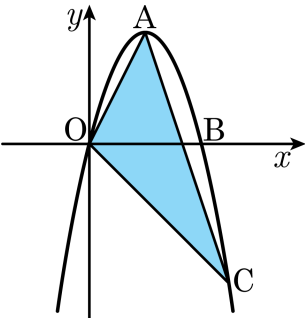
x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.

따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$

$$-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$

25. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



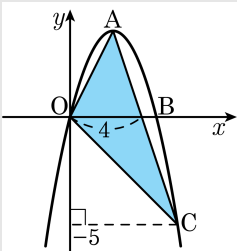
- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 A(2, 4)
또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x - 4) = 0$

따라서 점 B(4, 0) 이다. $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
 $c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c - 5)(c + 1) = 0, c > 0$ 이므로 $c = 5$
 $\therefore C(5, -5)$