

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉢ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

3. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

- ① 36개 ② 42개 ③ 48개 ④ 54개 ⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} &2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ &= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

4. 5로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6의 공배수보다 3만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6의 최소공배수는 30이므로 5, 6의 공배수는 $30, 60, \dots$ 이다.
따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9 는 9 의 약수이다.
- ② 8 은 8 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 276 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

6. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

8. 두 자연수 28, 126 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×7
 $\therefore$ 약수의개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

9. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

10. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

11. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 6장

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18 \ 12} \\ \underline{ 3 2} \end{array}$$

한 변의 길이가 36cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장)이 필요하다.

12. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

13. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

14. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
 $\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$
 $120 \times a = 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
 $= (2^2 \times 3 \times 5)^2$
 $= b^2$
 $\therefore b = 60$

15. 소인수분해를 이용하여 72 의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈 칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$8 + 6 + 9 = 23$

16. 자연수 864 의 약수의 개수와 $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수가 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$864 = 2^5 \times 3^3$ 이므로

약수의 개수는 $(5 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (n + 1) = 6 \times (n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 24$ 이므로 $n + 1 = 4$

$\therefore n = 3$

17. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

18. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

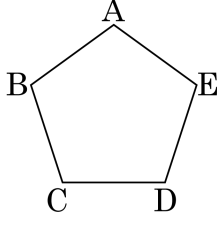
▶ 답: 개

▷ 정답 : 4개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
 $\therefore$ (순서쌍 (a, b))의 개수 = 4 (개)

19. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로
D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ... ,99 까지 10 개가 된다.

20. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는
분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ① $\frac{8}{7}$
- ② $\frac{48}{7}$
- ③ $\frac{8}{105}$
- ④ $\frac{48}{105}$
- ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$