

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$ ② x 는 모든 실수
③ $x \neq 3$ 인 모든 실수 ④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &\leq 0 \\(x - 3)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 3\end{aligned}$$

2. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

3. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
② $a < b$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a-b)x^2 - 2(a-b)x - 3(a-b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)
i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 3$
ii) $a > b$ 이면
 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1, x \geq 3$

4. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x > 0$
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$
 $(x-1)(x-4) \leq 0$
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 5x + 4 \leq 0$
 $(x+1)(x+4) \leq 0$
 $\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$
 \therefore 정수의 개수 : 8개

5. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

6. 부등식 $5-x > 2|x+1|$ 의 해와 $ax^2+bx+7 > 0$ 의 해가 같도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

㉠ -7 ㉡ -5 ㉢ 5 ㉣ 7 ㉤ 0

해설

$5-x > 2|x+1|$ 을 풀면

(i) $x \geq -1$ 일 때

$5-x > 2x+2, x < 1 \quad \therefore -1 \leq x < 1$

(ii) $x < -1$ 일 때

$5-x > -2x-2, x > -7 \quad \therefore -7 < x < -1$

(i), (ii)에 따라 $-7 < x < 1$

$ax^2+bx+7 > 0 \Leftrightarrow -7 < x < 1$ 이므로 $a < 0$ 이고

$ax^2+bx+7 = a(x+7)(x-1)$

계수를 비교하면

$a = -1, b = -6 \quad \therefore a+b = -7$

7. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ 2 ㉢ $\frac{1}{3}$ ㉣ 3 ㉤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x+1) = 0$ 에서

$2x+1 = \alpha, 2x+1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$

$$= \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x-\alpha)(x-\beta)$ 라 하면

$f(2x+1) = k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$

$\therefore f(2x+1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2} = \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$$