

1. 다음 그림은 이차함수의 그래프이다. 이 포물선의 방정식은 어느 것인가?

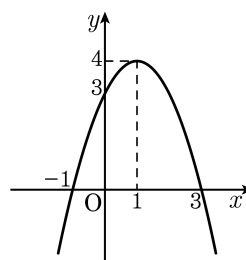
① $y = -x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x + 2$

④ $y = -2x^2 + 3$

⑤ $y = -3x^2 + 2x - 1$



해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 4) 이므로

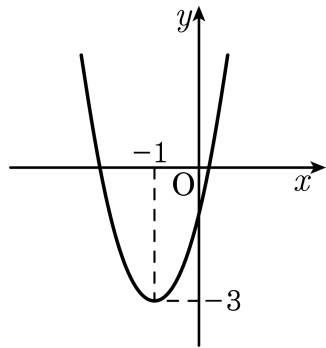
$y = a(x - 1)^2 + 4$ 이고, 점 (0, 3) 을 지나므로

$$3 = a(0 - 1)^2 + 4 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

$$= -x^2 + 2x + 3$$

2. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$ ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

3. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 4$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 4 = 0$$

$$f(f(1)) = f(0) = -4$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(0)) = f(-4) = 0$$

4. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

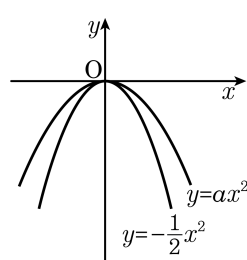
$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

5. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a > -\frac{1}{2}$



해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 그래프의 모양은 위로 볼록하다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ㉢ x 축에 대칭인 그래프이다.
- ㉣ x 의 값이 증가할 때, $x > 0$ 인 범위에서 y 의 값은 증가한다.
- ㉤ 점 $(3, -9)$ 를 지난다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 점 $(3, -9)$ 를 지난다.

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면

$$m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$$

$$n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$$

$y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{rcl} 7 & = & -2a + b \\ -) 13 & = & 4a \\ \hline -6 & = & -6a \end{array} \quad a=1, \quad b=9$$

$$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$$

8. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

9. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 을 지나므로
 $a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

10. 이차함수 $y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

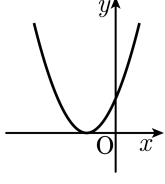
① 20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ -20

해설

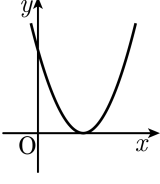
$y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (-x - 4)^2 - 5$,
 $y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$ 이므로
 $a = -1, p = 4, q = 5$
 $\therefore apq = -20$

11. 일차함수 $y = ax + b(a \neq 0, b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

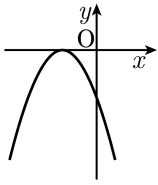
①



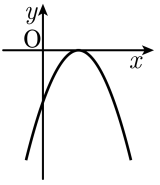
②



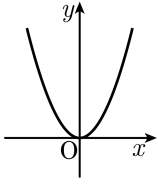
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b < 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

12. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -2x^2 + 2$
- ㉡ $y = 2x^2 - 3$
- ㉢ $y = -2(x + 1)^2$
- ㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$
- ㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

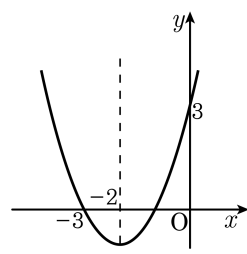
④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$

두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

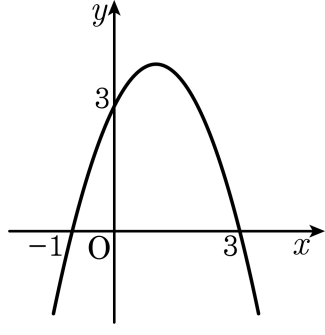
$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

14. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$ 가 이 그래프 위의 점일 때, k 의 값은?

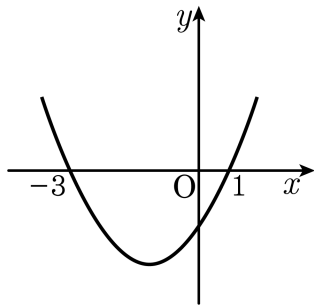


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점 $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$ 을 각각 대입하여 a, b, c 를 구하면
 $a = -1, b = 2, c = 3$
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 3$
 $(1, k)$ 를 대입하면 $k = 4$ 이다.

15. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

16. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

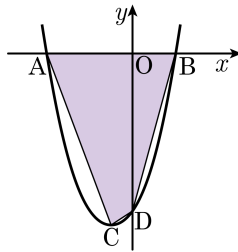
해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

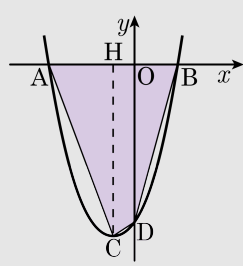
17. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

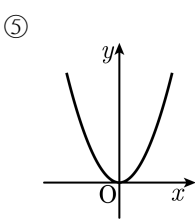
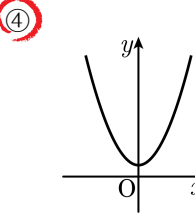
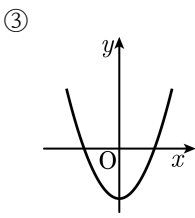
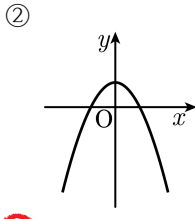
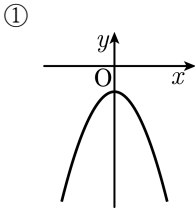
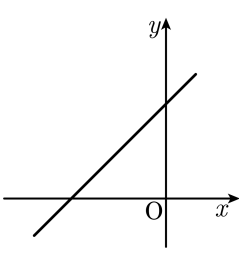
$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } y &= x^2 + 2x - 8 \\ &= (x^2 + 2x + 1) - 9 \\ &= (x + 1)^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \square ABDC &= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO \\ &= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30 \end{aligned}$$

18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

19. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 3개를 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 $-2, -1, 0$ 이다.
포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 7개를 그릴 수 있다.

포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 7개의 포물선을 그릴 수 있다.
따라서 구하는 포물선의 개수는 14개이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A (1, 0), B (-7, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 28 이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (1 + 7) \times m = 28 \quad \therefore m = 7$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -7, 1 이므로 y 절편은 음수이다. $y = a(x + 7)(x - 1)$ 의 그래프가 (0, -7) 을 지나므로

$$-7 = -7a \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} y &= (x + 7)(x - 1) \\ &= x^2 + 6x - 7 \\ &= (x + 3)^2 - 16 \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.