

1. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$
 $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

2. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면 점 $(1, p)$ 를 지난다. p 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

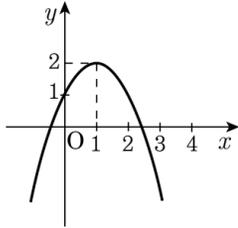
해설

이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면

$$y = -(x-3)^2$$

$$\therefore p = -(1-3)^2 = -4$$

3. 아래 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



- ① $y = -x^2 + 1$ ② $y = -x^2 + 2$
③ $y = -(x-1)^2$ ④ $y = -(x-1)^2 + 2$
⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동했으므로 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$y = 2x^2 - 12x + 16$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16$$

$$= 2(x-3)^2 - 2$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

5. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x+1)^2 + 2$

② $y = 2(x+1)^2 + 2$

③ $y = -2(x-1)^2 + 2$

④ $y = 2(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x+1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 2$
 $(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = a + 2, a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x+1)^2 + 2$ 이다.

6. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

$$x \text{ 대신에 } a \text{ 를 대입하면 } 3a^2 - 6a - 7 = 0, a^2 - 2a = \frac{7}{3}$$

$$x \text{ 대신에 } b \text{ 를 대입하면 } b^2 + 7b - 21 = 0, 3b^2 + 21b = 63$$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

7. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = -5, b = 1$$

$$a + b = -5 + 1 = -4$$

8. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - x + A = 0$ 의 근이 $x = B \pm \sqrt{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 - x + A &= 0 \\ x^2 - 2x + 2A &= 0 \\ x^2 - 2x + 1 &= -2A + 1 \\ (x-1)^2 &= -2A + 1 \\ \therefore x &= 1 \pm \sqrt{-2A+1} \\ B = 1, -2A + 1 &= 3, A = -1 \\ \therefore A - B &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $6x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식의 일차항의 계수는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $-\frac{1}{36}$

해설

두 근의 합은 $-\frac{1}{6}$, 두 근의 곱은 $-\frac{1}{6}$

$-\frac{1}{6}$ 을 중근으로 갖는 이차방정식이므로

$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0$$

따라서 일차항의 계수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

10. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 7 초

해설

$$\begin{aligned} -5t^2 + 15t + 50 = 0 &\rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \\ \rightarrow (t-5)(t+2) = 0 &\rightarrow t = -2, 5 \text{ 이므로} \\ \text{따라서 } t = 5(t > 0) &\text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

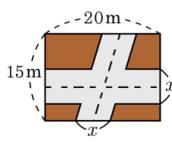


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은
 $(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$
 $4(x^2 + 5x - 6) = 0$
 $(x + 6)(x - 1) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 1$

12. 가로, 세로의 길이가 각각 20m, 15m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

$$\begin{aligned} (20-x)(15-x) &= 126 \\ x^2 - 35x + 174 &= 0 \\ (x-6)(x-29) &= 0 \\ x &= 29 \text{ 또는 } x = 6 \\ \therefore x &= 6 \quad (\because x < 15) \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 점 (3, 2) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 5) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ⑤ $y = 3x^2 + 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

14. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x < 4$
④ $x > 4$ ⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$ 꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

15. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2 = 3^2+6^2 = 45$ 이다.

16. $x > y > 0$ 이고, $(x-y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x-y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{ 에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

17. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \frac{3}{4}p^2 = 3, p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

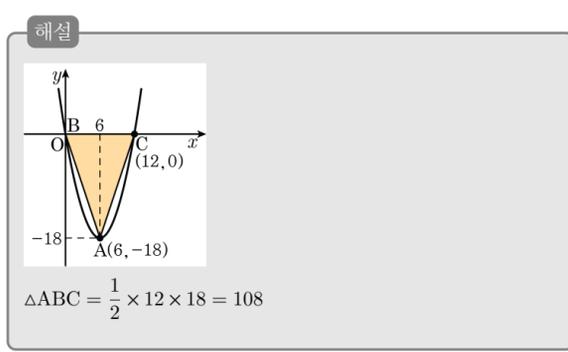
$$3 = 4a, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 점 B의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 108



19. 다음 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 담장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

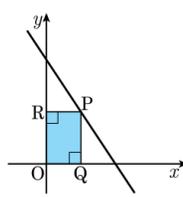


- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50이다.

20. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned} \square\text{OQPR} &= ab = a\left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

21. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

22. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 3x - 3a = 0$ 과 $2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. (단, $-4 < a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax + 3x - 3a = 0$$

$$(x+3)(x-a) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = a$$

$$2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$$

$$(x-a+2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = a-2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

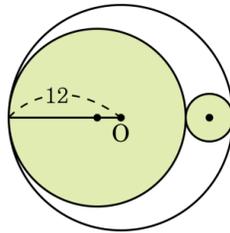
$$(i) a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}$$

$$(ii) a-2 = -3 \text{ 일 때, } a = -1$$

$$(iii) a = a-2 \text{ 일 때, 해는 없다.}$$

따라서 $-4 < a < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

23. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



- ① $4 + 2\sqrt{3}$ ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $4 + 3\sqrt{2}$
 ④ $3 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

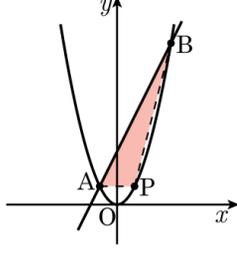
$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$

24. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB 와 직선 OP 는 평행하므로

직선 OP 의 기울기는 2 이고 직선 OP 는 $y = 2x$ 이다. 점 P 는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P 는 원점이 아니므로 P(2, 4) 이다.

25. 두 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 이 성립할 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 에서 $x^2 = -3y^2 + 12y - 9$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (-3y^2 + 12y - 9) + y^2 \\ &= -2y^2 + 12y - 9 \\ &= -2(y-3)^2 + 9\end{aligned}$$

그런데 x, y 는 실수이므로

$$x^2 = -3y^2 + 12y - 9 \geq 0$$

$-3y^2 + 12y - 9 \geq 0, y^2 - 4y + 3 \leq 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 3$ 이다.

따라서 $x^2 + y^2$ 는 $y = 1$ 일 때 최솟값이 1, $y = 3$ 일 때 최댓값이 9 이므로 구하는 값은 $1 + 9 = 10$ 이다.