

1. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 에서

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$a = b$

$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$

$\therefore a^2 < 4$ 이므로 $-2 < a < 2$

즉 $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

2. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

3. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$
 $\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

4. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

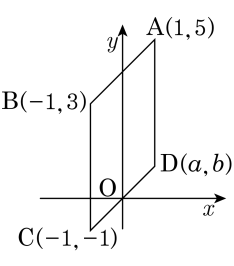
$\therefore -1 < x < 2$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
 $\therefore, \left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$



6. 두 직선 $2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 의 교점과 $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $2x - y + 3 = 0$

② $x + y - 6 = 0$

③ $4x - y + 1 = 0$

④ $x + 2y - 11 = 0$

⑤ $3x - 2y + 7 = 0$

해설

$2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 을

연립하여 교점을 구한다.

$\Rightarrow (-2, -1)$

$\therefore (-2, -1)$, $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = \frac{5 - (-1)}{1 - (-2)}(x - 1) + 5 = 2x + 3$

$\therefore 2x - y + 3 = 0$

7. 두 직선 $x + y = 1$, $ax + 2y + a + 2 = 0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + y = 1 \cdots \textcircled{1}$
 $ax + 2y + a + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 : (a - 2)x + a + 4 = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{a + 4}{2 - a}$
 $\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$
 $\therefore$ 교점 : $\left(\frac{a + 4}{2 - a}, \frac{2a + 2}{a - 2} \right)$
교점이 제 1 사분면에 있으므로
 $\frac{a + 4}{2 - a} > 0, \frac{2a + 2}{a - 2} > 0$
두 식의 양변에 $(a - 2)^2$ 을 곱하면
 $(a - 2)(a + 4) < 0, 2(a + 1)(a - 2) > 0$
 $\Rightarrow -4 < a < 2, a < -1 \text{ or } a > 2$
 $\therefore -4 < a < -1$
 $\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

8. 방정식 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 이 원을 나타내도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 3$

② $k > 3$

③ $0 < k < 3$

④ $k > 2$

⑤ $k < 2$

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 을 완전제곱식으로

나타내면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 3 - k$

원이 되려면 반지름이 0 보다 커야 하므로

$\sqrt{3 - k} > 0, 3 - k > 0 \quad \therefore k < 3$

9. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ② $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
⑤ $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로
반지름의 길이는 2 이다.

10. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O'이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?
- ① $d > r + r'$
 - ② $d < |r - r'|$
 - ③ 공통외접선은 1개이다.
 - ④ 공통내접선은 2개이다.
 - ⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

- ① $d < r + r'$
- ② $d > |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 2개이다.
- ④ 공통내접선은 없다.

11. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

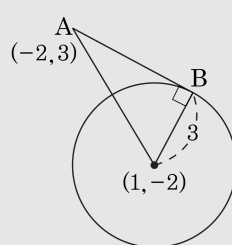
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



12. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

13. 점 $(2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 3)$

② $(2, 4)$

③ $(3, 5)$

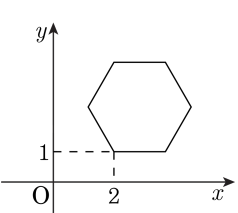
④ $(4, 6)$

⑤ $(5, 7)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(2 + 2, 4)$, 즉 $(4, 4)$
점 $(4, 4)$ 를 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2 \cdot 3 - 4, 4)$, 즉 $(2, 4)$

14. 다음은 한 변의 길이가 2 인 정육각형을 직교 좌표평면 위에 올려놓은 것이다. 여섯 개의 꼭짓점 중 부등식 $x + 5y \geq 10$ 의 영역 안에 있는 점의 개수를 구하여라. (정육각형의 가장 아래 변은 x 축에 평행하고, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 한다)

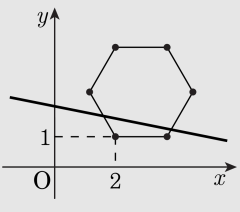


▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

직선 $x + 5y = 10$ 은 x 절편이 10, y 절편이 2 이므로 아래 그림과 같이 그릴 수 있다.
따라서 직선의 위부분에 해당하는 꼭짓점의 개수는 4 (개) 이다.



15. 점 $(a, -4)$ 이 곡선 $y = x^2 + 5x$ 의 외부에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

점 $(a, -4)$ 가 곡선 $y = x^2 + 5x$ 의 외부에 있도록 하기 위해선 $y > x^2 + 5x$ 이어야 한다.

$(a, -4)$ 를 대입하면 $-4 > a^2 + 5a$

즉, $a^2 + 5a + 4 < 0$, $(a + 4)(a + 1) < 0$

$\therefore -4 < a < -1$

$a = -3, -2$ 총 2개

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(5, -5)$ 가 있다. 점 $C(3, m)$ 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소일 때, m 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

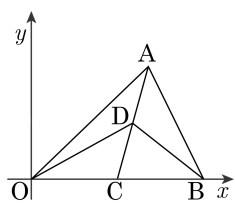
$\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소가 되기 위해서

점 A, B, C 는 한 직선 위에 있어야 한다.

따라서 A 와 B 를 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = -2x + 5$ 이다.

C 는 이 직선 위의 점이므로 대입하면 m 은 -1

17. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ 이있다. 선분 OB 위의 점 C 와 선분 AC 위의 점 D 에 대하여 4개의 삼각형 OAD , OCD , ABD , BCD 의 넓이가 모두 같을 때, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.75

해설

$\triangle OCD$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{OC} : \overline{BC} = 1 : 1$$

즉, 점 C 는 선분 OB 의 중점이고,

$$C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

또, $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : 1$$

즉, 점 D 는 선분 AC 의 중점이므로,

$$D\left(\frac{7}{4}, 1\right)$$

따라서, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합은

$$\frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4} = 2.75$$

18. 두 점 A(1, 3), B(4, 0) 을 지나는 직선에 수직이고 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{0-3}{4-1} = -1$ 이므로

직선 AB 에 수직인 직선의 기울기는 1 이다.

또, 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1 - 2}, \frac{1 \times 0 - 2 \times 3}{1 - 2}\right)$, 즉 $(-2, 6)$

따라서 구하는 직선은 기울기가 1 이고

점 $(-2, 6)$ 을 지나므로

$y - 6 = 1 \cdot (x + 2)$, $y = x + 8$

$a = 1$, $b = 8$ $\therefore a + b = 9$

19. 직선 $(k + 1)x - (k - 2)y - 3 = 0$ 에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, k 는 실수)

< 보 기 >

- ㉠ $k = -1$ 이면 점 $(1, 0)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 y 축에 평행이다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $k = -1$ 이면 $y = 1$ 이므로 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 이므로 y 축에 평행이다.
- ㉢ $(x - y)k + (x + 2y - 3) = 0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

20. 두 직선 $3x + 4y = 24$, $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 서로소)라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 다른 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x + 4y = 24$ 의 점 (0, 6)

$$\frac{|4 \times 6 - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{17}{5}$$

$$\therefore b - a = 12$$

21. 중심이 직선 $3x + y = 12$ 의 제 1 사분면 위에 있고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 중심이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

중심의 좌표는 (r, r) 이다.

따라서, 구하는 원의 방정식을

$$(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

한편, 점 (r, r) 는 직선 $3x + y = 12$ 위에 있으므로 $3r + r = 12$

$$\therefore r = 3$$

따라서, 구하는 원의 방정식은 $\textcircled{1}$ 에서 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

22. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

그림과 같이 두 원

$$x^2 + y^2 = 4 \text{ 와}$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9 \text{ 의 공통외접선}$$

l 과 두 원과의 접점을 P, P' 라 하고,

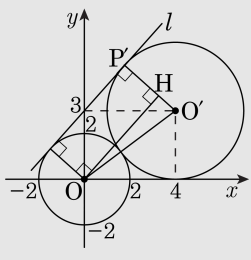
$$x^2 + y^2 = 4 \text{ 의 중심 } (0, 0) \text{ 에서}$$

$\overline{O'P'}$ 에 내린 수선의 발을

$$H \text{ 라 하면, } \overline{OO'} = 2 + 3 = 5$$

$$\overline{HO'} = \overline{P'O'} - \overline{P'H} = 3 - \overline{PO} = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \overline{PP'} = \overline{OH} = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



23. 원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시켜 얻어진 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 x 축에 접하였다. 이 때, p 의 값은?

① 0 ② ± 1 ③ ± 2 ④ ± 3 ⑤ ± 4

해설

원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 $y^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이 된다.
이 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시킨다고 했으므로 구하는 도형의 방정식은 $(y - p)^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이다.
이 도형이 x 축에 접한다고 했으므로 p 는 ± 1

24. 직선 $y = k(x - 2) + 5$ 에 대하여 점 (5, 8)은 직선의 윗부분에 있고, 점 (3, 2)는 직선의 아랫부분에 있을 때, 다음 중 실수 k 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

점 (5, 8)은 직선 $y = k(x - 2) + 5$ 의 윗부분에 있으므로
부등식 $y > k(x - 2) + 5$ 를 만족한다. 즉, $8 > 3k + 5$
 $\therefore k < 1 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
점 (3, 2)는 직선 $y = k(x - 2) + 5$ 의 아랫부분에 있으므로
부등식 $y < k(x - 2) + 5$ 를 만족한다. 즉, $2 < k + 5$
 $\therefore k > -3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 k 의 값의 범위는 $-3 < k < 1$
따라서, k 의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

25. x, y 가 두 개의 부등식 $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$ 을 만족할 때, $y - x$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$y - x = k$ 라 놓으면 $y = x + k$
 $y = x + k$ 는 점 $(2, 0)$ 을 지날 때
 $k = -2$ 가 최소
반원 $x^2 + y^2 = 4$ (단, $y \geq 0$) 과
 $x - y + k = 0$ 가 접할 때 k 는 최대
즉, $\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2, k = 2\sqrt{2}$