1. 2 개의 정수가 있다. 큰 수를 작은 수로 나누면 몫이 3 이고 나머지가 3 이다. 또, 작은 수에 35 를 더한 수를 큰 수로 나누었더니 몫이 2 이고 나머지가 4 이었다. 두 수의 합은?

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

해설

두 정수를 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} x = 3y + 3 \\ y + 35 = 2x + 4 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 18$, $y = 5$ 이다.

$\therefore\ 18 + 5 = 23$

2. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \le 7$

④ $4 < a \le 7$ ⑤ $4 \le a \le 7$

해설

$\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x < \dfrac{a-4}{3} \end{cases}$

정수 x는 $-2, -1, 0$이므로 $0 < \dfrac{a-4}{3} \le 1$

$\therefore\ 4 < a \le 7$

3. 세 점 A(3, 2), B(4, k), C(1, -2) 가 한 직선 위에 있을 때, k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기 : $\frac{k-2}{4-3}$

두 점 B, C 를 지나는 직선의 기울기 : $\frac{-2-k}{1-4}$

$\frac{k-2}{4-3} = \frac{-2-k}{1-4}$

$3(k-2) = 2+k$

$\therefore\ k = 4$

4. 세 점 A(−4, 0), B(0, 2),C (a, 4) 가 일직선 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

① 2 ② −4 ③ −3 ④ 3 ⑤ 4

해설

기울기가 같으므로

$$\frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{4-2}{a-0}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{a}\ ,\ a = 4$$

5. 좌표평면 위에 세 점 $(-2,\ -2)$, $(1,\ 0)$, $(3,\ a)$ 가 한 직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① $\frac{4}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$\frac{0+2}{1+2} = \frac{a-0}{3-1}$

$3a = 4$

$\therefore\ a = \frac{4}{3}$

6. 좌표평면 위의 두 점 $(-1,-4)$, $(1,0)$ 을 지나는 직선 위에 점 $(3,\ a)$ 가 있을 때, 상수 a 의 값은 ?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{0-(-4)}{1-(-1)} = \dfrac{a-0}{3-1} \ \therefore\ a=4$

7. 세 점 $(2,3)$, $(4,-3)$, $(-1,a)$ 가 같은 직선 위의 점이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 9 ② 11 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

해설

한 직선 위의 점들을 지나는 직선은 기울기가 모두 같다.

$\frac{-3-3}{4-2} = \frac{a-(-3)}{-1-4}$

$a+3=15$

$\therefore\ a=15-3=12$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2>1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \le 1$　② $1 < x \le 2$　③ $-1 \le x < 2$

④ $1 < x < 2$　⑤ $-1 < x \le 2$

해설

$\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2>1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \le -2+6 \\ x>-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x>-1 \end{cases}$

$\therefore\ -1 < x \le 2$

9. 관식이는 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g이하

▷ 정답 : 300 g이하

해설

5% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{5}{100} \times 200 = 10(\text{g})$ 이다.

10% 의 소금물 x g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}(\text{g})$ 이다.

5% 의 소금물 200g 과 10% 의 소금물 xg 이 섞여 8% 의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은 $\frac{8}{100} \times (200 + x)(\text{g})$ 이다.

$10 + \frac{x}{10} \leq \frac{8 \times (200 + x)}{100}$

$1000 + 10x \leq 1600 + 8x$

$2x \leq 600$

$x \leq 300$

10% 의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.

10. 연립부등식 $-4+5x<3x-7\le 4x+1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

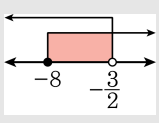
▷ 정답: -10

해설

$-4+5x<3x-7\le 4x+1$

$\Rightarrow \begin{cases} -4+5x<3x-7 \\ 3x-7\le 4x+1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x<-\frac{3}{2} \\ x\ge -8 \end{cases}$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$\therefore\ (-2)+(-8)=-10$

11. 입장료가 3000 원인 어느 야구 경기장에서 20 명 이상이면 초과되는 인원에 한하여 1000 원씩 할인을 해준다고 한다. 80000 원 이하로 야구장에 가려고 할 때, 최대 몇 명까지 갈 수 있겠는가?

① 27 명 ② 30 명 ③ 32 명 ④ 40 명 ⑤ 42 명

해설

초과된 사람 수를 x 명이라고 하자.
$(3000 \times 20) + 2000x \leq 80000$
$x \leq 10$
원래 20 명과 초과된 10 명을 합해서 최대 30 명까지 갈 수 있다.

12. 3% 의 소금물과 8% 의 소금물을 섞어서 농도가 6% 이하인 소금물 300g 을 만들려고 한다. 이때, 3% 의 소금물은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

① 80g 이상 ② 100g 이상 ③ 120g 이상
④ 140g 이상 ⑤ 140g 이상

해설

구하려는 소금물을 x라 하면

$$\frac{3}{100} \times x + \frac{8}{100} \times y \leq \frac{6}{100} \times 300 \cdots ㉠$$

$$x + y = 300 \cdots ㉡$$

㉡의 식을 ㉠의 식에 대입하여 정리하면

$$\frac{3}{100} \times x + \frac{8}{100} \times (300 - x) \leq \frac{6}{100} \times 300$$

$\therefore\ x \geq 120\ (\mathrm{g})$

13. 3000 원 하는 안개꽃 한 다발과 한 송이에 700 원 하는 장미 여러 송이를 사려고 한다. 집에서 꽃가게는 편도 1200 원의 차비가 들고 꽃은 모두 30000 원 이하의 비용으로 사되 장미를 가능한 한 많이 넣어서 집에 도착하려 할 때, 장미는 몇 송이 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 송이

▷ 정답: 35 송이

해설

안개꽃은 한 다발만 산다고 했으므로 3000 원이고 장미의 송이 수를 x 개로 하면 $700x$ 가 되고 차비는 편도 1200 원이기 때문에 왕복 2400 원이 든다.
모두 합치면 $(3000 + 700x + 2400)$ 원이 되고 30000 원 이하이므로 식을 세우면
$3000 + 700x + 2400 \leq 30000$ 이 된다.
식을 풀면
$3000 + 700x + 2400 \leq 30000$
$700x \leq 30000 - 3000 - 2400$
$700x \leq 24600$
$7x \leq 246$
$\therefore\ x \leq \frac{246}{7} = 35.\times\times\times$
이므로 장미를 최대한 많이 넣으려면 35 송이를 사면 된다.

14. 연립부등식 $-1.2 < \dfrac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\dfrac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$-1.2 < \dfrac{2x-a}{6} < -x$

$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x-a \\ 2x-a < -6x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x > \dfrac{a-7.2}{2} \\ x < \dfrac{a}{8} \end{cases}$

$\dfrac{a-7.2}{2} < x < \dfrac{a}{8}$ 가 $\dfrac{2}{5} < x < b$ 이므로

$\dfrac{a-7.2}{2} = \dfrac{2}{5}$

$5a - 36 = 4$

$\therefore a = 8$

$\therefore b = \dfrac{a}{8} = \dfrac{8}{8} = 1$

15. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. '어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고' 를 식으로 표현하면, $5(x-10) > 20$ 이고, '어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다' 를 식으로 표현하면, $2x-4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면, $\begin{cases} 5(x-10) > 20 \\ 2x-4 < 28 \end{cases}$

이다. 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$ 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

16. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 25 %

해설

처음 혼합물에 물 xg , 소금 yg 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \cdots ①$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \cdots ②$$

①, ②에서 $x = 3,\ y = 1$
따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25(= 25\%)$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{y}{6} - \frac{x}{2} + 2 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $2y = -x + a$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$\begin{cases} y - 3x + 12 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x + y = -12 \cdots ㉠ \\ 2x + y = 3 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ − ㉡을 하면 $x = 3, y = -3$ 이다.

따라서 $2y = -x + a$ 에서

$2 \times (-3) = -3 + a$

$-6 = -3 + a$

$\therefore a = -6 + 3 = -3$

18. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\begin{cases} \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

② $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=40 \\ \dfrac{8}{x+y}=20 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=24 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$

해설

배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h , 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$ 의 관계식이 나온다.

19. 연립방정식 $3x+4y+1=-y+5x+10=-x+2y-5$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-2$

▷ 정답: $y=1$

해설

준식을 정리하면

$$\begin{cases} -2x+5y=9 \\ 6x-3y=-15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+5y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡에서 $y=1$ 이고

㉠에 $y=1$ 을 대입하면 $x=-2$ 이다.

20. 다음에서 미지수가 2 개인 일차방정식을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $x = y$

② $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1$

③ $2x + y = y + 2$

④ $x + y + z^2 = 2y + z^2 + 2$

⑤ $y = x(x-1)$

해설

$ax + by + c = 0 (a, b, c$는 상수$, a \neq 0, b \neq 0)$

① $x = y \;\; \therefore x - y = 0$

④ $x + y + z^2 = 2y + z^2 + 2 \quad \therefore x - y - 2 = 0$

21. 두 방정식 $x^2+5y^2=z^2+9$, $x^2-y^2-z^2=10$ 을 동시에 만족하는 서로 다른 정수 x,y,z 의 순서쌍 (x,y,z) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$x^2+5y^2-z^2=9\cdots①$
$2x^2-y^2-z^2=10\cdots②$
① − ② 하면 $x^2-6y^2=1$
이때 x,y 는 정수이므로
$x^2=25, y^2=4$ 이고 이를 ① 에 대입하면
$z^2=36$
따라서 $x=5$ 또는 -5 , $y=2$ 또는 -2 , $z=6$ 또는 -6이 된다.
따라서 구하는 순서쌍은 $(5,2,6)$, $(5,2,-6)$, $\cdots$, $(-5,-2,-6)$ 으로 8개 이다.

22. 일차방정식 $x+2y=9$ 의 해를 바르게 구한 것은? (단, x, y 는 자연수)

① $(1,\ 7)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 1)$

② $(0,\ 9)$, $(1,\ 7)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 1)$

③ $(-1,\ 5)$, $(1,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 2)$

④ $(1,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 2)$, $(7,\ 1)$

⑤ $(1,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 2)$, $(7,\ 1)$, $(9,\ 0)$

해설

자연수 x, y 에 대하여, $x=1,2,3,\cdots$ 을 차례로 대입하여 해를 구하면
$(1,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 2)$, $(7,\ 1)$

23. 물통에 물을 넣는데, 큰 관과 작은 관을 사용하여 3 분 동안 넣은 다음, 큰 관만으로 물을 넣었더니 5 분 후에 물통이 가득 찼다. 또 두 관을 사용하여 4 분 동안 물을 넣은 다음 작은 관만을 사용하였더니 7 분 후에 물통이 가득 찼다고 한다. 이때 작은 관으로만 물을 넣는다면 몇 분이 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 19분

해설

전체 물의 양을 1, 큰 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 x 라 하고, 작은 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 y 라 하자.

$3(x+y)+5x=1$

$4(x+y)+7y=1$

두 식을 정리하면

$$\begin{array}{r} 8x+3y=1 \\ -)\ 8x+22y=2 \\ \hline -19y=-1 \end{array}$$

$y=\frac{1}{19}$, $x=\frac{2}{19}$

∴ 작은 관은 1 분에 전체의 $\frac{1}{19}$ 을 넣을 수 있으므로 작은 관만으로 물을 넣으면 19분이 걸린다.

24. 연립방정식 $ax - by = 7$, $x - cy = 3$ 의 해 $(x, y) = (-2, 3)$ 이다. 그런데 c 를 잘못 보고 풀었더니 $(x,\ y) = (-3,\ 1)$ 이 되었다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{14}{3}$

해설

$ax - by = 7$ 에 $(x, y) = (-2, 3)$ 과 $(x,\ y) = (-3,\ 1)$ 를 각각 대입하여 풀면

$a = -2,\ b = -1$

$x - cy = 3$ 에 $(x, y) = (-2, 3)$ 을 대입하면 $c = -\frac{5}{3}$

$\therefore a + b + c = -\frac{14}{3}$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=-3 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 푸는데 효진이는 5를 잘못 보고 풀어 $x=3$이 되었다. 5를 무엇으로 잘못 보았는가?

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

연립방정식 $\begin{cases} x-2y=-3 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 $x=3$을 바르게 본 식

㉠에 대입하면 $3-2y=-3$ 따라서 $y=3$이 나온다.

$x=3,\ y=3$을 $3x-y$에 대입하면 $9-3=6$

따라서 $3x-y=6$으로 효진이는 5를 6으로 잘못 보았다.