

1. 부등식  $|x-1| + |x-2| < 3$  을 풀면?

①  $-1 < x < 4$

②  $-1 < x < 2$

③  $0 < x < 1$

④  $0 < x < 2$

⑤  $0 < x < 3$

### 해설

(i)  $x < 1$  일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데  $x < 1$  이므로  $0 < x < 1$

(ii)  $1 \leq x < 2$  일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

$\therefore$  모든  $x$ 에 대해 성립

그런데  $1 \leq x < 2$  이므로  $1 \leq x < 2$

(iii)  $x \geq 2$  일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데  $x \geq 2$  이므로  $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii)에서  $0 < x < 3$

2. 두 점 A(-4), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-4)| = 10$$

3. 두 점 A(-2, 1), B(4, 7) 의 중점의 좌표는?

①  $M\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

②  $M(1, 2)$

③  $M(1, 4)$

④  $M\left(1, \frac{3}{2}\right)$

⑤  $M(2, 2)$

해설

중점 M의 좌표  $M(x, y)$  라 하면

$$x = \frac{-2 + 4}{2} = 1, y = \frac{1 + 7}{2} = 4$$

따라서  $M(1, 4)$

4. 다음 (            )안에 알맞은 값을 차례로 나열한 것은?

두 직선  $2x - y + 1 = 0$ ,  $x + 2y - 2 = 0$  의 기울기의 곱은 (            )이고, 두 직선  $3x - y + 1 = 0$ ,  $6x - 2y + 5 = 0$  의 기울기의 차는 (            )이다.

① 1, -1

② -1, 1

③ -1, -1

④ 1, 0

⑤ -1, 0

해설

(1)  $2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 1$

$x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$

따라서, 기울기의 곱은

$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

(2)  $3x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 1$

$6x - 2y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + \frac{5}{2}$

따라서, 기울기의 차는  $|3 - 3| = 0$

5. 두 직선  $(a-2)x + 3y - 1 = 0$ ,  $ax - y + 3 = 0$  이 서로 수직일 때,  $a$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: 3

해설

$$(a-2)a + 3(-1) = 0$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0, (a-3)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } 3$$

6. 점 (2, 1)와 직선  $y = 2x + 2$  사이의 거리는?

- ①  $\sqrt{5}$       ②  $\sqrt{6}$       ③ 2      ④  $\sqrt{3}$       ⑤  $\sqrt{2}$

해설

$$y = 2x + 2 \text{ 에서 } 2x - y + 2 = 0$$

∴ 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 2 - 1 \times 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

7. 두 점 A(1,2), B(3,4)로부터 같은 거리에 있는 점 P가 나타내는 직선의  $x$ 절편과  $y$ 절편의 합은?

① -10

② -4

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

P( $x, y$ )라 하면  $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉,  $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$  이므로

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$$

$$y = -x + 5$$

따라서  $x$ 절편은 5,  $y$ 절편은 5이다.

$$\therefore 5 + 5 = 10$$

8. 원점을 중심으로 하고, 점 (3, -4)를 지나는 원의 방정식을 구하면?

①  $x^2 + 2y^2 = 41$

②  $2x^2 + y^2 = 34$

③  $x^2 + y^2 = 25$

④  $x^2 + y^2 = 16$

⑤  $x^2 + y^2 = 9$

### 해설

구하는 원의 반지름을  $r$  이라 하면

$$x^2 + y^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦ 이 점 (3, -4) 를 지나므로

$$3^2 + (-4)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 25$$

이 때, ⑦은  $x^2 + y^2 = 25$

9. 두 원  $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$ ,  $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$  의 공통현이 직선  $y = -3x - 1$  과 직교할 때, 상수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

### 해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$$

$$\text{즉, } 4x + (4 - a)y - 4 = 0 \dots\dots \text{㉠}$$

직선 ㉠과 직선  $y = -3x - 1$  은 직교하므로

$$\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1 \text{ 에서 } a = 16$$

10. 이차부등식  $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수  $k$ 의 값의 범위는?

①  $-1 < k < 1$

②  $-1 \leq k \leq 1$

③  $-1 \leq k < 1$

④  $-2 < k < 1$

⑤  $-2 \leq k \leq 1$

### 해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수  $x$ 에 대하여  $k-1 < 0$ 이고

$(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.

i)  $k-1 < 0$ 에서  $k < 1$

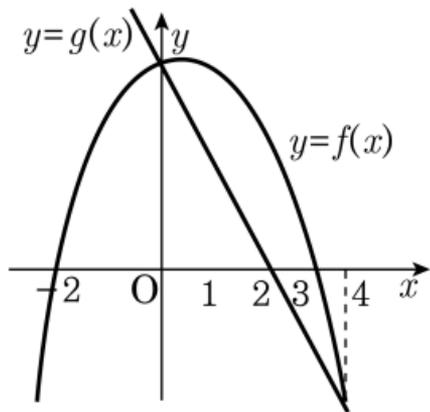
ii)  $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, \quad k^2 - 1 \leq 0$$

$$(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면  $-1 \leq k < 1$

11. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = g(x)$  가 다음 그림과 같을 때, 부등식  $f(x) > g(x)$  의 해를 구하면?



- ①  $-2 < x < 4$       ②  $-2 < x < 3$   
 ③  $0 < x < 4$       ④  $2 < x < 3$   
 ⑤  $3 < x < 4$

### 해설

부등식  $f(x) > g(x)$  의 해는  
 함수  $f(x)$  의 그래프가 직선  $y = g(x)$  보다  
 위쪽에 있는  $x$  의 구간을 의미하므로  
 구하는 해는  $0 < x < 4$

12. 두 부등식  $2x - 1 > 0$ ,  $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는  $x$ 의 값의 범위가  $\frac{1}{2} < x < 3$  이 되도록 하는 정수  $a$ 의 값은? (단,  $a > 1$ )

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이  $\frac{1}{2} < x < 3$  이므로

$$\therefore a = 3$$

13. 두 직선  $x + y = 3$ ,  $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때,  $m$ 의 값의 범위는?

①  $-2 < m < 2$

②  $-2 < m < 3$

③  $-1 < m < 2$

④  $1 < m < 4$

⑤  $0 < m < 3$

### 해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \dots$  ①에서

$m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로

위의 직선은  $m$ 의 값에 관계없이

점  $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기  $m$ 인 직선이다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서

만나기 위해서는 직선 ①이  $(3, 0)$ 과  $(0, 3)$ 을

잇는 선분의 사이를 지나면 된다.

직선 ①이  $(3, 0)$ 을 지날 때  $m = 1$ 이고

$(0, 3)$ 을 지날 때  $m = 4$ 이므로

따라서  $1 < m < 4$

14. 직선  $y = -2x + a$ 가 원  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는 선분의 길이를 최대로 하는  $a$ 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$  에서

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

직선  $y = -2x + a$ 가 원의 중심  $(2, 1)$ 을 지날 때, 잘린 선분의 길이가 최대이므로

$$a = 2 \times 2 + 1 = 5$$

15. 원  $x^2 + y^2 = 9$  에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은  $y = 4x \pm k$  이다.  $k$  를 구하면? (단,  $k > 0$ )

①  $2\sqrt{7}$

②  $2\sqrt{17}$

③  $5\sqrt{13}$

④  $3\sqrt{17}$

⑤  $3\sqrt{7}$

해설

기울기가 주어진 접선의 방정식

$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$  에서

원  $x^2 + y^2 = 9$  에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은

$y = 4x \pm 3\sqrt{17}$  이다.

16.  $-2 \leq x \leq -1$  일 때,  $A = \frac{12}{2-x}$  가 취하는 값의 범위를 구하면  $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때,  $pq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

### 해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에  $-1$ 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면  $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면  $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면  $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

17.  $x$ 에 대한 이차부등식  $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가  $x < 1$  또는  $x > 4$ 일 때 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

### 해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가  $x < 1$  또는  $x > 4$ 이려면

$(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서  $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로

$a = -5, b = 4$  따라서  $a + b = -1$

18.  $1 < x < 3$  에서  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + 4 = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$  의 값의 범위가  $\alpha < a < \beta$  일 때,  $3\alpha\beta$  의 값을 구하여라.

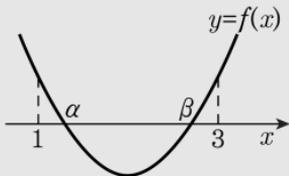
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$  라 하면

$1 < x < 3$  에서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i)  $x^2 - ax + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii)  $f(1) = 5 - a > 0$  에서  $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서  $a$  의 값의 범위는  $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = \frac{13}{3}$  이므로  $3\alpha\beta = 52$

19. 세 점  $A(4, -5)$ ,  $B(-5, 2)$ ,  $C(-8, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형  $\triangle ABC$ 에 대하여  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 될 때, 점  $P$ 의 좌표는?

①  $(-3, -3)$

②  $(-3, 0)$

③  $(0, 0)$

④  $(3, 0)$

⑤  $(3, 3)$

해설

$P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

$$= (x-4)^2 + (y+5)^2 + (x+5)^2 + (y-2)^2 + (x+8)^2 + (y-3)^2$$

$$= 3(x+3)^2 + 3y^2 + 116$$

따라서  $x = -3, y = 0$ 일 때,  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 은 최소가 된다.

20. 직선  $2x + y + 3 = 0$ 은 직선  $ax + by - 5 = 0$ 과는 평행하고, 직선  $2x + ay + b = 0$ 과는 수직이라 한다. 이 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -6      ② -8      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$$ax + by - 5 = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{5}{b} \dots \textcircled{㉠}$$

$$2x + ay + b = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a} \dots \textcircled{㉡}$$

㉠ 은  $y = -2x - 3$ 에 평행하므로,  $\frac{a}{b} = 2$

㉡ 는  $y = -2x - 3$ 에 수직하므로,

$$-2 \times \left(-\frac{2}{a}\right) = -1 \Rightarrow a = -4$$

$$\therefore a = -4 \quad b = -2 \quad \therefore a + b = -6$$

21. 두 직선  $x + y = 1$ 과  $3x + 2y = 1$ 의 교점을 지나고 직선  $-x + 2y = 4$ 에 수직인 직선의 방정식은?

①  $2x + y - 1 = 0$

②  $2x + y = 0$

③  $2x + y + 1 = 0$

④  $2x - y + 4 = 0$

⑤  $2x - y - 4 = 0$

해설

주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$3x + 2y - 1 + k(x + y - 1) = 0$$

$$(3 + k)x + (2 + k)y - 1 - k = 0 \text{ 이}$$

$-x + 2y = 4$ 가 수직이려면

$$-(3 + k) + 2(2 + k) = 0$$

$$\therefore k = -1$$

$$\therefore 2x + y = 0$$

22. 이차함수  $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$  은  $k$  의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를  $P(a, b)$  라 할 때  $a + b$  의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

### 해설

$k$ 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1 - y) = 0$$

$k$ 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x = -2, y = 1$$

$\therefore$  구하는 점의 좌표는  $(-2, 1)$

$$\therefore a = -2, b = +1$$

$$\therefore a + b = -1$$

23. 다음 두 원  $x^2 + y^2 = 3^2, (x-9)^2 + y^2 = 2^2$  의 공통접선의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 4 개

해설

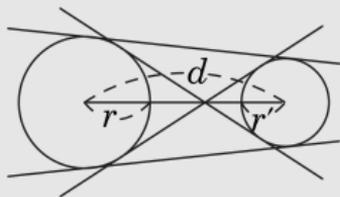
먼저 두 원의 반지름의 길이의  
합  $r+r'$ , 차  $r-r'$ , 중심거리  $d$  를 구하  
여

두 원의 위치관계를 파악한다.

두 원의 반지름의 길이를 각각  $r=3, r'=2$  로 놓으면

$r+r'=5, r-r'=1, d=9$  이므로

$r+r' < d$  (한 원이 다른 원 밖에 있다.)  $\therefore$  공통접선은 모두  
4 개



24. 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  이 주어졌을 때, 점  $A(4, 2)$  에서 그은 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

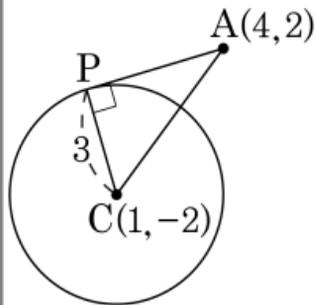
$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$  이다.

다음 그림에서 접선의 길이는

$$\overline{AP} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CP}^2}$$

한편,  $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  이고  $\overline{CP} = 3$

$$\therefore \overline{AP} = 4$$



25. 이차방정식  $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과  $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답:      개

▷ 정답: 5 개

### 해설

$$x^2 + y^2 = 2|x| \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + y^2 = 2|x+y| \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{과 } \textcircled{㉡} \text{에서 } 2|x| = 2|x+y|$$

$$\therefore x+y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠}$ 과  $\textcircled{㉢}$ 의 교점의 개수는 다음 그림에서 5개이다.

실제로, 교점을 구하면

$$(0, 0), (\pm 2, 0),$$

$$\left( \pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5} \right)$$

(복부호동순)

