

1. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

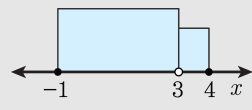
$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

- 해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$$\therefore -1 \leq x < 3 \text{ 또는 } 3 < x \leq 4$$

3. 좌표평면에서 점 A(2, 1) 에 이르는 거리가 각각 $\sqrt{5}$ 인 두 점이 x 축 위에 있다. 이 두 점 사이의 거리는?

① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0) 이라 하면 $\overline{AP} = \sqrt{5}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = (x-2)^2 + (-1)^2 = 5$, $x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$

따라서 x 축 위의 두 점은 (0, 0), (4, 0) 이므로 두 점사이의 거리는 4 이다

4. 세 점 A(-1, -1), B(1, -5), C(3, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?
- ① 이등변삼각형이다.
 - ② 정삼각형이다.
 - ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

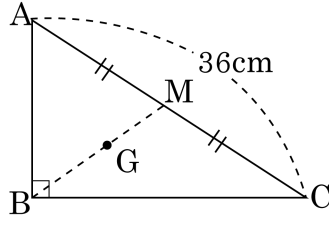
$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

5. $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$ 의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$
한편, G는 무게중심이므로
 $\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$

6. 좌표평면 위의 점(2, 3)을 지나는 직선 l 이 두 점 A(-4, 1), B(2, -2)를 잇는 선분AB를 1 : 2로 내분할 때, 직선 l 의 y 절편은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

선분 $\overline{AB}$ 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)}{1 + 2}, \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{1 + 2} \right)$$

$\therefore (-2, 0)$

직선 l 은 두 점 (2, 3), (-2, 0)을 지나므로

$$\text{그 방정식은 } y = \frac{3}{4}(x + 2)$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

따라서 y 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

7. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

기울기가 같아야 하므로 $2a + 1 = a + 2$
y 절편이 달라야 하므로 $-a + 2 \neq 2$, $a \neq 0$
 $\therefore a = 1$

8. 두 직선 $4x - 3y - 4 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

해설

$4x - 3y - 4 = 0$ 의 x 절편 $(1, 0)$ 에서
 $4x - 3y - 2 = 0$ 까지의 거리는

$$d = \frac{|4 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$

9. 원 $x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ (k 는 임의의 실수)에 대하여 다음 중 반드시 옳은 것은?
- ① 반지름의 길이가 2 인 원이다.
 - ② 원의 중심은 y 축 위에 있다.
 - ③ 원은 두 점 $(0, -2), (0, 2)$ 를 지난다.
 - ④ 원의 중심은 직선 $y = x$ 위에 존재한다.
 - ⑤ 원은 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

해설

$x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ 을 변형하면
 $(x - k)^2 + y^2 = 4 + k^2$ 이므로
 $x = 0$ 일 때, k 에 관계없이 $y^2 = 4$
 $\therefore y = \pm 2$
따라서 주어진 원은
 $(0, -2), (0, 2)$ 의 두 점을 지난다.
또한, 원의 중심은 x 축 위에 있다

10. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (1, 2) 에서의 접선의 방정식은?

① $x + y = 3$

② $2x - y = 0$

③ $x - 2y = -3$

④ $2x + y = 4$

⑤ $x + 2y = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (1, 2) 에서의 접선의 방정식은

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5$$

$$\therefore x + 2y = 5$$

11. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서
 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$
이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
 $a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$
판별식 $\frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$
 $= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$
 $= -a^2 + 5a - 6$
 $= -(a^2 - 5a + 6)$
 $= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$
따라서 $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로
 $a \leq 2$ 또는 $a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a \geq 3$
따라서 a 의 최솟값은 3

12. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

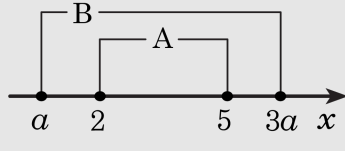
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

- 13.** 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)
- ① 원 ② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

⑦이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

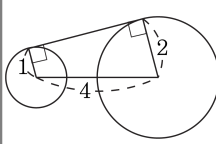
따라서, 기울기가 양인 직선이다.

14. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 0 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

두 원의 중심간 거리는 4이다.
피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의
길이를 구하면
 $\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ 이다.



15. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 (5, 0)이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

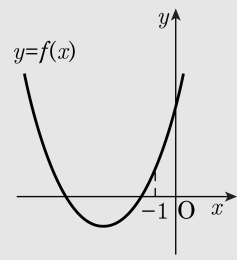
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -1$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

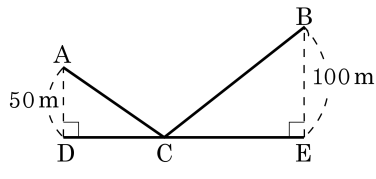
17. 좌표평면 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 $\star(A, B)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\star(A, B) \geq 0$
- ② $\star(A, B) = \star(B, A)$
- ③ $\star(A, B) = \star(A, C)$ 이면 두 점 B, C 는 일치한다.
- ④ $\star(A, B) = 0$ 이면 두 점 A, B는 일치한다.
- ⑤ 세 점 A, B, C 에 대하여 항상 관계식 $\star(A, B) + \star(B, C) \geq \star(A, C)$ 가 성립한다.

해설

- ① 거리는 음의 수가 나올 수 없으므로 참
- ② 좌변과 우변 모두 A와 B 사이의 거리이므로 참
- ③ A로 부터 같은 거리에 있는 점은 수없이 많으므로 거짓
- ④ 거리가 0이므로 동일한 점이므로 참
- ⑤ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 합은 $\overline{AC}$ 보다 같거나 크므로 참

18. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50 m, 100 m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200 m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

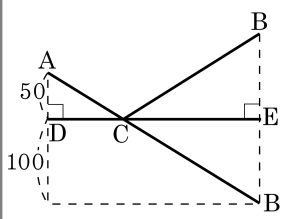


▶ 답 : m

▷ 정답 : 250 m

해설

B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$
 따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



19. 좌표평면 위의 점 A(1, 4) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2 로 외분하는 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

점 B 의 좌표를 B(a , b) 라 하면

점 Q 의 좌표는 $Q\left(\frac{3a-2}{3-2}, \frac{3b-8}{3-2}\right)$ 이다.

이때, 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 이므로

$$3a-2=4 \quad \therefore a=2,$$

$$3b-8=1 \quad \therefore b=3$$

$$\therefore B(2, 3)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

20. 평행사변형 ABCD에서 A(2, 3), B(-5, 4), C(-2, 5), D(a, b)라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ 이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

x 축 방향으로 +7, y 축 방향으로 -1인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$

$\therefore a + b = 9$

21. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 4), B(-2, 6), C(6, 8) 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 변 AB의 중점을 P, 변 BC의 중점을 Q, 변 CA의 중점을 R이라 하자. $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심과 각 변의 중점을 연결하여 만든 $\triangle PQR$ 의 무게중심은 같다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + (-2) + 6}{3}, \frac{4 + 6 + 8}{3} \right) = (2, 6)$$

따라서 $a = 2, b = 6$

$$\therefore a + b = 8$$

22. 두 점 A(1, 2), B(-3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

- ① $y = 2x + 1$
- ② $y = 2x - 1$
- ③ $y = -2x + 1$
- ④ $y = -2x - 1$
- ⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 P(x,y) 라 하면
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로
 $\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$
양변을 제곱해서 정리하면
 $-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$
 $\therefore y = -2x - 1$

해설

두 점 으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분이다.
 $\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고
 $\overline{AB}$ 의 중점(-1, 1)을 지난다.
 $\therefore y - 1 = -2(x + 1)$
 $\therefore y = -2x - 1$

23. 세 점 A(3, a), B(2, 1), C($a+4$, 2)이 일직선 위에있을 때, 실수 a 의 값들의 곱은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 기울기는 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3} = \frac{2-1}{(a+4)-2}, \quad \frac{a-1}{1} = \frac{1}{a+2}$$

$$(a-1) \cdot (a+2) = 1, \quad a^2 + a - 3 = 0$$

$\therefore$ 실수 a 의 값의 곱은 -3

24. 직선 $y = x + n$ 과 원 $x^2 + y^2 = 8$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(0, 0)$ 에서 직선 $y = x + n$ 까지의 거리가
반지름의 길이 $2\sqrt{2}$ 보다 크면 된다.

$$\frac{|n|}{\sqrt{2}} > 2\sqrt{2}$$

$\therefore n > 4$ ($\because n$ 은 자연수)

$\therefore$ 최소의 n 은 5이다.

25. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$